ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. XIII/XIV, 4 SECTIO H 1979/1980

Instytut Ekonomii Politycznej
Wydziału Ekonomicznego UMCS

Michał JARMUŁ, Marian STEFAŃSKI

Krótkookresowa prognoza popytu rynkowego na przykładzie sprzedaży telewizorów w województwie lubelskim

Кратковременный прогноз рыночного спроса на телевизоры в Люблинском воеводстве

Short-Term Prognosis of Market Demand for TV-sets in the Lublin Voivodeship

Badania ekonometryczne dotyczące kształtowania się popytu na dobra trwałego użytkowania w zależności od różnych czynników (ceny tych dóbr, dochodów ludności, cech jakościowych towarów itp.) posiadają już bogatą literaturę. Opracowano szereg modeli, które dają podstawę do odpowiednio dokładnego prognozowania przyszłych wielkości popytu. J. Kudrycka [1] w oparciu o dane kwartalne oszacowała autoregresyjny model popytu na radioodbiorniki i na jego podstawie podała krótkookresową prognozę (5 kwartałów). B. Ciepielewska [2] również w oparciu o informacje kwartalne z lat 1962—1965 oszacowała szereg zdezagregowanych (wyróżnionych zostało 6 grup aparatów radiowych) modeli tendencji rozwojowej i modeli przyczynowo-skutkowych. A. Majewski [3] z Instytutu Handlu i Usług AE we Wrocławiu opracował dla Oddziału ZURiT w Lublinie długookresową prognozę popytu na dobra trwałego użytkowania na lata 1974—1981.

---

[1] J. Kudrycka: *Ekonometryczne badanie popytu na telewizory i radioodbiorniki w oparciu o statystykę szeregów czasowych*, „Przegląd Statystyczny", 1968, nr 1.

[2] B. Ciepielewska: *Z badań nad popytem na dobra trwałego użytkowania*, „Przegląd Statystyczny", 1968, nr 4.

[3] A. Majewski: *Prognoza rozwoju sprzedaży elektrycznych dóbr trwałego użytku w woj. lubelskim w latach 1974—1981*, Materiały nie publikowane. Oddział ZURiT Lublin.

Wymienione wyżej prace dotyczyły prognoz opracowanych w przekrojach rocznych lub kwartalnych. Istnieje jednak zapotrzebowanie na prognozy miesięczne. Wynika to z potrzeb praktyki operatywnego planowania w handlu. Uwzględnienie silnej sezonowości występującej w kształtowaniu się popytu na pewne dobra wskazuje na potrzebę operowania właśnie danymi miesięcznymi. Dane roczne i kwartalne są zbyt zagregowane w czasie.

W prezentowanej pracy podjęto się zbadania przydatności różnych typów modeli ekonometrycznych jako predyktorów krótkookresowych popytu. Badania te zostały przeprowadzone na przykładzie kształtowania się miesięcznej sprzedaży telewizorów w województwie lubelskim w latach 1962—1973.[4] Zbudowane zostały trzy modele:

a) model tendencji rozwojowej ze składnikiem periodycznym,
b) model autoregresyjny,
c) model adaptacyjny.

Wymienione modele mają tę zaletę, że nie wymagają żadnej dodatkowej informacji oprócz szeregu statystycznego, opisującego kształtowanie się zmiennej prognozowanej w okresie objętym próbą. Na podstawie tych modeli uzyskano prognozy, stosując zasadę predykacji nieobciążonej. Oznacza to, że za prognozę przyjęto wartości oczekiwane zmiennej prognozowanej.

Do oceny rzędu dokładności predykcji użyty został miernik *ex post*, zwany współczynnikiem Theila, dany wzorem:

$$I^2 = \frac{\sum_{T \in I_p} (y_T - y_{T_p})^2}{\sum_{T \in I_p} y_T^2}$$

gdzie: y_T — realizacja zmiennej y w okresie T,
y_{Tp} — prognoza zmienej y dla okresu T,
I_p — odcinek czasu, którego dotyczy miernik.

Miernik ten oparty jest na doświadczeniach związanych z dotychczasową działalnością prognostyczną. Pozwala stwierdzić, jak dokładne były prognozy dokonane w przeszłości, jeśli znane są już rzeczywiste realizacje zmiennej prognozowanej. Gdy predykcja odbywać się będzie nadal na podstawie tej samej techniki i dotyczyć będzie tej samej zmiennej, a mechanizm generujący proces pozostanie nie zmieniony, rząd wielkości

[4] Dane te dotyczą sprzedaży dokonanej przez placówki ZURiT, głównego dyspozytora tego dobra.

odchyleń prognoz od rzeczywistej realizacji powinien być zbliżony. Odcinek czasu, którego dotyczy informacja wykorzystana dla celów oceny dokładności predykcji Z. Pawłowski[5] nazywa okresem empirycznej weryfikacji prognoz. W prezentowanej pracy jest nim dziesięć pierwszych miesięcy 1974 r.

Jako miernika dopasowania modelu do danych z próby użyto współczynnika zgodności:

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2}$$

gdzie: y_t — realizacja zmiennej y w okresie t,
$\bar{y}$ — średnia z próby zmiennej y,
e_t — reszta modelu dla okresu t,
n — liczebność próby.

MODEL TENDENCJI ROZWOJOWEJ ZE SKŁADNIKIEM PERIODYCZNYM

Z tej klasy modeli szeregu czasowego, obejmujących różne postacie trendu oraz sposoby nakładania się efektu systematycznego i periodycznego, wybrano[6] na podstawie wartości współczynnika φ^2 model trendu linowego ze stałą addytywną sezonowością:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \sum_{i=1}^{12} \beta_i z_{it} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, \ldots, 144$$

gdzie: α_0, α_1 — parametry funkcji trendu,
β_i — parametr efektu sezonowego w i-tym okresie cyklu,
z_{it} — zmienna zero-jedynkowa równa 1 w i-tym okresie cyklu i 0 w pozostałych,
y_t — zmienna objaśniana,
t — zmienna czasowa,
ε_t — składnik losowy dla którego zachodzi;

[5] Z. Pawłowski: *Prognozy ekonometryczne*, PWN, Warszawa 1973.

[6] Odpowiednie obliczenia wykonano na EMC 1204. Jako metodę estymacji użyto metodę najmniejszych kwadratów przy warunku pobocznym: $\sum_{i=1}^{12} \alpha_i = 0$.

$E(\varepsilon_t)=0$

$$(E\varepsilon_t\varepsilon_s)=\begin{cases}\sigma^2 \text{ dla } t=s\\ 0 \text{ dla } t\neq s \quad t,s=1,2,\ldots,144.\end{cases}$$

Wyniki estymacji modelu (1) podaje tabela 1. Wszystkie oszacowane parametry są istotne przy poziomie istotności 0.05.

MODEL AUTOREGRESYJNY

Wyniki uzyskane przez J. Kudrycką skłoniły autorów do wzięcia pod uwagę modelu autoregresyjnego jako hipotetycznego modelu generującego sprzedaż telewizorów.
Dla modelu:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{12} \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t \qquad t=1,2,\ldots,132$$

gdzie: α_0, α_i — parametry strukturalne modelu (2),
y_t — zmienna objaśniana,
y_{t-i} — zmienna objaśniana opóźniona o i jednostek czasu,
ε_t — składnik losowy dla którego zachodzi;

$E(\varepsilon_t)=0,$

$$E(\varepsilon_t\varepsilon_s)=\begin{cases}\sigma^2 \text{ dla } t=s\\ 0 \text{ dla } t\neq s,\ t,s=1,2,\ldots,132.\end{cases}$$

Stosując do estymacji modelu (2) metodę najmniejszych kwadratów uzyskano wyniki przedstawione w tabeli 2. Oszacowania parametrów są istotne przy poziomie istotności 0.10.

MODEL ADAPTACYJNY

Spośród różnych modeli należących do klasy modeli adaptacyjnych a uwzględniających sezonowość w badanym szeregu czasowym zdecydowano się zastosować pewną zmodyfikowaną metodę wyrównywania wykładniczego. Idea tej modyfikacji zaczerpnięta została z pracy C. Fijałkowskiej [7].

Przyjęto, że szereg czasowy z wahaniami periodycznymi da się przedstawić w postaci k niezależnych modeli wykładniczych ze zróżnicowanymi parametrami wygładzania, których optymalne wartości oceniane są niezależnie.

[7] C. Fijałkowska: *O pewnej modyfikacji metody wyrównywania wykładniczego*, „Przegląd Statystyczny", 1970, nr 1.

Tab. 1. Oszacowania parametrów modelu tendencji rozwojowej
Estimations of parameters of the development trend model

Parametr	α_0	α_1	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}	β_{11}	β_{12}	φ^2
Oszacowanie	955	6,24	−112	−185	−224	−592	−530	−605	−427	91	−32	183	643	1790	0,24

Tab. 2. Oszacowania parametrów modelu autoregresyjnego
Estimations of parameters of the autoregression model

Parametr	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}	φ^2
Oszacowanie	271	0,166	0,003	0,006	0,024	−0,021	−0,023	−0,055	−0,023	0,060	−0,006	0,030	0,702	0,36

Tab. 3. Oszacowania parametrów modelu adaptacyjnego
Estimations of parameters of the adaptation model

Faza cyklu (miesiąc) (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	φ^2
Parametr α_i	0,5	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,3	0,4	0,6	0,3	
Składnik systematyczny i-tej fazy cyklu (1973)	1784	1515	1383	947	1068	1213	1181	1557	1603	1921	2812	3946	0,15
Składnik systematyczny i-tej fazy cyklu (1972)	1477	1178	1173	732	896	1073	1100	1564	1554	1710	2637	3752	

Tab. 4. Prognoza popytu na telewizory w woj. lubelskim (1974)
Prognosis of market demand for TV-sets in the Lublin voivodeship

Model / miesiąc 1974	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	I
Trend ze składnikiem periodycznym	1748	1681	1648	1286	1355	1286	1670	1994	1877	2099	2565	3718	0,18
Autoregresyjny	2493	2021	1714	1538	1407	1385	1335	1590	1880	2121	2212	—	0,19
Adaptacyjny	2091	1852	1593	1162	1240	1353	1262	1550	1652	2132	2987	4140	0,14
Realizacja	1824	1855	1535	1444	1647	1705	1500	1492	1567	1701	—	—	—

Jeśli wprowadzi się specjalny, seryjny sposób indeksowania, to przyjęty model szeregu czasowego można zapisać jako:

$$y_{(j-1)\cdot k+i}=m_{(j-1)\cdot k+i}+\varepsilon_{(j-1)\cdot k+i}, \tag{3}$$

gdzie: $\varepsilon_{(j-1)\cdot k+i}$ — składnik losowy, dla którego zachodzi

$$E(\varepsilon_{(j-1)\cdot k+i})=0$$

i — indeks fazy cyklu $i=1, 2, ..., k$,
j — długość cyklu $j=1, 2, ..., r$,
$n=k\cdot r$ — długość próby będącej podstawą konstrukcji modelu.

Składnik systematyczny modelu (3) dla i-tej fazy cyklu j oceniany jest na podstawie indywidualnego modelu wykładniczego.

$$m_{(j-1)k+i}=a_i y_{(j-1)k+i}+(1-a_i)m_{(j-2)\cdot k+i} \qquad \begin{array}{l} i=1, 2, ..., k, \\ j=2, 3, ..., r, \end{array}$$

w którym $m_{(j-1)k+i}$ — składnik systematyczny szeregu czasowego, dla obserwacji z i-tej fazy cyklu j,

$m_{(j-2)\cdot k+1}$ — składnik systematyczny szeregu czasowego dla obserwacji i-tej fazy cyklu $j-1$,

a_i — parametr wygładzania dla modelu indywidualnego i-tej fazy cyklu,

$y_{(j-1)k+i}$ — obserwacja z próby dla i-tej fazy cyklu j.

Dla modelu (4) przyjmuje się, że składnik systematyczny dla pierwszego cyklu objętego próbą równa się odpowiedniej obserwacji z próby;

$$m_{(j-1)\cdot k+i}=y_{(j-1)\cdot k+i} \qquad \begin{array}{l} i=1, 2, ..., k \\ j=1. \end{array}$$

Prognoza dla i-tej fazy przyszłego cyklu dokonywana jest za pomocą zwykłej ekstrapolacji liniowej opartej na ocenach składnika systematycznego i-tej fazy dwóch poprzednich cykli:

$$\hat{m}_{j\cdot k+i}=m_{(j-1)\cdot k+i}+\Delta_{j\cdot i} \qquad i=1, 2, ..., k, \tag{5}$$

przy czym zachodzi;

$$\Delta_{j\cdot i}=m_{(j-1)\cdot k+i}-m_{(j-2)\cdot k+i}$$

Do oceny optymalnej wartości parametru wygładzania a_i w modelu (4) stosuje się jako kryterium wyrażenie:

$$\sum_{j=3}^{r}(y_{(j-1)\cdot k+i}-\hat{m}_{(j-1)\cdot k+i})^2$$

Jest to suma kwadratów odchyleń od rzeczywistej realizacji zmiennej czasowej y dla i-tej fazy cyklu w okresie objętym próbą. Ze względu na sposób prognozowania określony przez Z. Pawłowskiego, ustalone zostają każdorazowo r-2 prognozy dla każdego i. [8] Dla przedstawionego wyżej modelu obliczono [9] optymalne wartości parametru α_i oraz składnik systematyczny dwóch ostatnich cykli

$m_{(r-2)\cdot k+i}$ i $m_{(r-1)\cdot k+i}$ dla $i=1, 2, \ldots, 12$

tj. dla wszystkich miesięcy roku 1972 i 1973. Dodatkowo dla celów porównania z pozostałymi modelami obliczono współczynnik zgodności. [10] Otrzymane wyniki prezentuje tabela 3.

Na podstawie trzech przedstawionych modeli dokonano prognozy kształtowania się popytu na telewizory w woj. lubelskim w r. 1974. Prognozy dla miesięcy styczeń—październik r. 1974 porównane zostały z rzeczywistą sprzedażą. Prognozy oraz rzeczywistą realizację zmiennej prognozowanej przedstawia tabela 4 i rycina.

Dla syntetycznej oceny przydatności poszczególnych modeli do celów prognozowania sprzedaży telewizorów przydatne może być poniższe zestawienie.

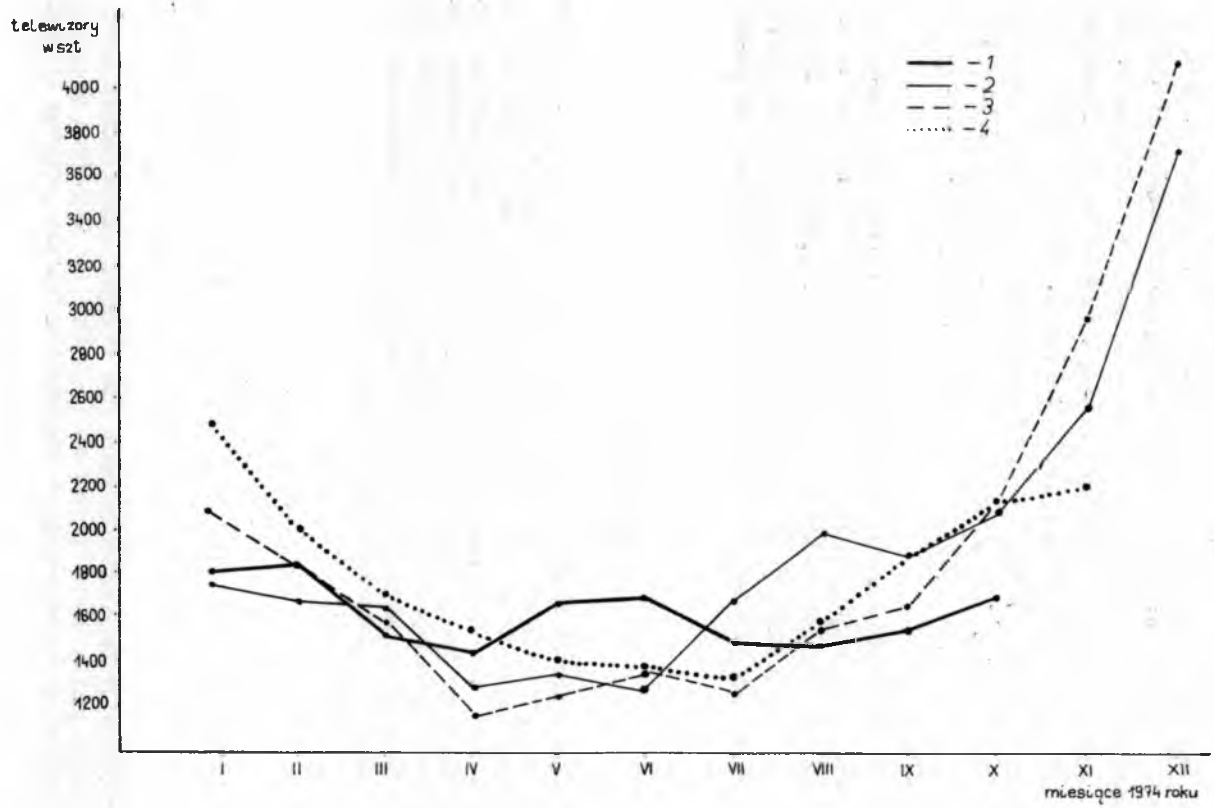
Model	Zgodność z danymi	Dokładność prognoz
Trend ze składnikiem periodycznym	$\varphi^2=0{,}24$	$I=0{,}18$
Autoregresyjny	$\varphi^2=0{,}36$	$I=0{,}19$
Adaptacyjny	$\varphi^2=0{,}15$	$I=0{,}14$

Gdy porównamy otrzymane współczynniki Theila dla rozważanych modeli, okazuje się, że najkorzystniejszy współczynnik posiada model adaptacyjny. Model ten w okresie próby ma również największą zgodność z danymi. Predyktor oparty na modelu adaptacyjnym okazał się najbardziej elastyczny. Zaleta ta jest szczególnie ważna przy prognozo-

[8] Do oceny optymalnej wartości parametru α_i nie można stosować żadnego kryterium opartego na wyrażeniu $\sum_{j=1}^{r}(y_{(j-1)k+i}-m_{(j-1)k+i})^2$, gdyż będzie ono zawsze równe 0 dla $\alpha_i=1$.

[9] Obliczenia wykonano na EMC Odra 1204 za pomocą programu napisanego przez autorów. Pozwala on na uzyskanie optymalnej wartości parameterów α_i w sensie przyjętego kryterium z dowolną dokładnością.

[10] Już po wyznaczeniu parametrów wygładzania. Skorzystano w tym celu z wyrażenia $\sum_{i=1}^{12}\sum_{j=1}^{12}(y_{(j-1)k+i}-m_{(j-1)k+i})^2$



Prognoza popytu na telewizory w woj. lubelskim w r. 1974; 1 — rzeczywista sprzedaż, 2 — model liniowy ze składnikiem periodycznym, 3 — model adaptacyjny, 4 — model autoregresyjny

Prognosis of market demand for TV-sets in the Lublin voivodeship in 1974 — factual sales, 2 — linear model with the periodical component, 3 — adaptation model, 4 — autoregression model waniu kształtowania się wielkości rynkowych charakteryzujących się zazwyczaj małą stabilnością. Zasady, na jakich jest konstruowany, umożliwiają mu uwzględnienie nie tylko zmian trendu, ale także efektów sezonowych. Poza tym nie wymaga żadnych krępujących założeń dotyczących postaci analitycznej trendu czy charakteru składnika sezonowego. Wprawdzie w ciągu 10 miesięcy 1974 r. odchylenia prognoz od rzeczywistej realizacji były znaczne, zjawisko to wystąpiło we wszystkich modelach. Jest ono związane z dość gwałtownym osłabieniem sezonowości w sprzedaży telewizorów w latach 1973—1974. Właściwości modelu adaptacyjnego sugerują, że o ile zmiana ta będzie miała charakter trwały, już w roku następnym otrzymane prognozy będą znacznie dokładniejsze. Wynika to z czasu, jaki musi upłynąć, aby model mógł przystosować się do zmienionej rzeczywistości.

Pozostałe modele, szczególnie model tendencji rozwojowej, będą dalej systematycznie rozmijać się z nową rzeczywistością. ponieważ nie zawierają w sobie mechanizmu, który pozwalałby uwzględniać jej zmiany. Wydaje się, że raz jeszcze potwierdziła się wysoka przydatność modeli adaptacyjnych do prognozowania mało stabilnych procesów gospodarczych.

РЕЗЮМЕ

За основу кратковременного прогноза спроса на телевизоры в Люблинском воеводстве были приняты 3 типа экономических модели: модель тенденции развития, авторегрессивная модель и адаптационная модель. Затем при помощи измерителя ex post (так называемого коэффициента Theil'a) исследовали степень соответствия прогноза действительной продаже телевизоров. Наиболее пригодной для целей кратковременного прогнозирования оказалась адаптационная модель. Она обладает большой эластичностью, которая дает возможность быстро приспособиться к малостабильным рыночным процессам.

SUMMARY

The short-term prognosis of market demand for TV-sets in the Lublin voivodeship was prepared by means of three types of econometeric models, namely, the development trend model, the autoregression model, and the adaptation model. The correspondence between the prognosis and actual sale of TV-sets was then examined by means of the ex-post measure (the so-called Theil's factor). It was found that the adaptation model proved most accurate for short-term prognosis. Its characteristic elasticity allows quick adaptation to market processes of small stability.