

Instytut Fizyki UMCS

Kierownik Zespołu Badawczego: doc. dr hab. Jadwiga Skierczyńska

Władysław BULANDA

### Pomiary impedancji komórek *Chara brauni*

Измерение импеданса клеток *Chara brauni*

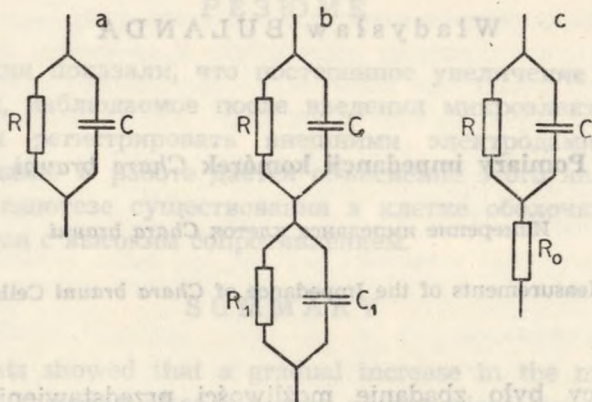
Measurements of the Impedance of *Chara brauni* Cells

Celem pracy było zbadanie możliwości przedstawienia impedancji warstwy otaczającej wodniczkę za pomocą modelu o stałych, niezależnych od częstości prądu wartościach oporu  $R$  i pojemności  $C$  (ryc. 1a). W piśmiennictwie spotykamy podzielone zdania na temat zmian pojemności elektrycznej błon pojedynczych komórek i tkanek w zależności od częstości. Z pracy Curtisa i Cole'a [5] wynika, że pojemność błon komórkowych jest wartością stałą, niezależną od częstości prądu; natomiast prace Schwanna [8] i Plicquetta [7] podają, że wraz ze wzrostem częstości występuje silne zmniejszanie się pojemności. Zmiany pojemności przy niskich częstościach przypisywane są głównie zmianom struktury błon komórkowych. W uprzednich pracach, przeprowadzonych w naszym laboratorium, wykazano, że krzywe  $Z(\omega)$  przedstawiające zmiany impedancji  $Z$  komórek *Chara brauni* z częstością  $\omega$ , otrzymane z pomiarów metodą dwuelektrodową, dają się zmodelować za pomocą czwórnika elektrycznego [2] (ryc. 1b), natomiast krzywe  $Z(\omega)$ , otrzymane metodą mostka  $RC$ , można zmodelować elementem  $RCR$ , [12] (ryc. 1c), gdzie  $R_0$  stanowi jednak tylko 3%  $R$  i zawarte jest w granicach błędu pomiaru. Ponieważ późniejsze badania oporu polaryzacyjnego i pojemności polaryzacyjnej elektrod  $Ag/AgCl$  [3] wykazały, że jeden z elementów czwórnika należy przypisać elektrodom, zatem model  $b$  nie jest właściwym modelem warstwy otaczającej wodniczkę. W niniejszej pracy chodziło o rozstrzygnięcie, który z modeli, przedstawionych na ryc. 1,  $a$  czy  $c$  lepiej odzwierciedla właściwości badanej warstwy. W przypadku, gdyby okazało się, że bardziej właściwym modelem jest model  $c$ , ale wartość  $R_0$  nie odpowia-



dałyby wartości żadnej ze znanych struktur wewnątrzkomórkowych, należałoby sądzić, że stosowany model jest modelem czysto hipotetycznym, a zmiany  $Z$  ze zmianą częstości mogą być wywołane w rzeczywistości zmianami pojemności  $C$ .

Przeprowadzone pomiary zawady jako funkcji częstości prądu zostały dokładnie przeanalizowane z uwzględnieniem poprawek związanych z apa-



Ryc. 1. Modele oporowo-pojemnościowe warstwy oddzielającej wodniczkę od zewnętrznego ośrodka

ratuą pomiarową, oporem wnętrza komórki, przesunięciem fazowym między napięciem i natężeniem prądu oraz efektem kablowym. Wymagało to szeregu dodatkowych pomiarów oraz przeprowadzenia wielu analiz matematycznych.

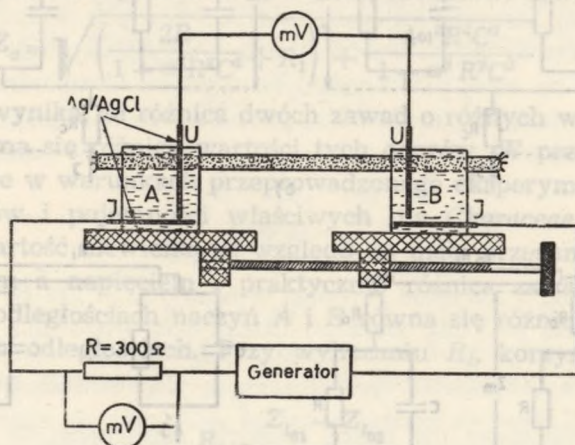
Działania matematyczne na zawadach przeprowadzono metodą liczb zespolonych (przypis 1).

#### APARATURA

Pomiar zawady warstwy oddzielającej wodniczkę od środowiska zewnętrznego przeprowadzono techniką czteroelektrodową (ryc. 2): dwie elektrody (I) służyły do doprowadzenia prądu do komórki, dwie pozostałe (U) — do pomiaru napięcia. Naczynia A i B napełniano wodą z akwarium, w którym rosły komórki. Komórki zanurzone były w naczyniach A i B na długości 1 cm. Zawartość jonów w wodzie, określona na podstawie analizy chemicznej, wynosiła: Na — 0,20 mM/l, K — 0,24 mM/l, Cl — 0,23 mM/l, Ca — 1,58 mM/l, Mg — 0,28 mM/l. Źródłem prądu był wzorcowy generator drgań sinusoidalnych (typ PW 5). Napięcie mierzono woltmierzem lampowym o dużym oporze wejściowym (ok. 5 MΩ). Natężenie prądu płynącego przez komórkę wyliczano z pomiaru napięcia na oporniku



$R=300\ \Omega$  połączonym szeregowo z komórką. Częstotliwość przepływającego prądu zmieniano w zakresie 10 Hz — 5000 Hz, natężenie prądu wynosiło we wszystkich pomiarach  $10^{-6}$  A. Dokładność odczytu napięcia wynosiła 3 mV, co stanowiło 1—5% mierzonej wielkości, dokładność odczytu natężenia —  $10^{-7}$  A, tj. ok. 10% mierzonej wielkości. Ponieważ mierzona zawada  $Z_c$  była rzędu kilkudziesięciu czy nawet kilkuset kiloomów, błąd w pomiarze  $Z_c$ , wynikający z dołączenia do obwodu opornika  $300\ \Omega$ , był tak mały, że można było go nie uwzględniać.



Ryc. 2. Zestaw do pomiaru zawady metodą elektrod zewnętrznych

#### MATERIAL

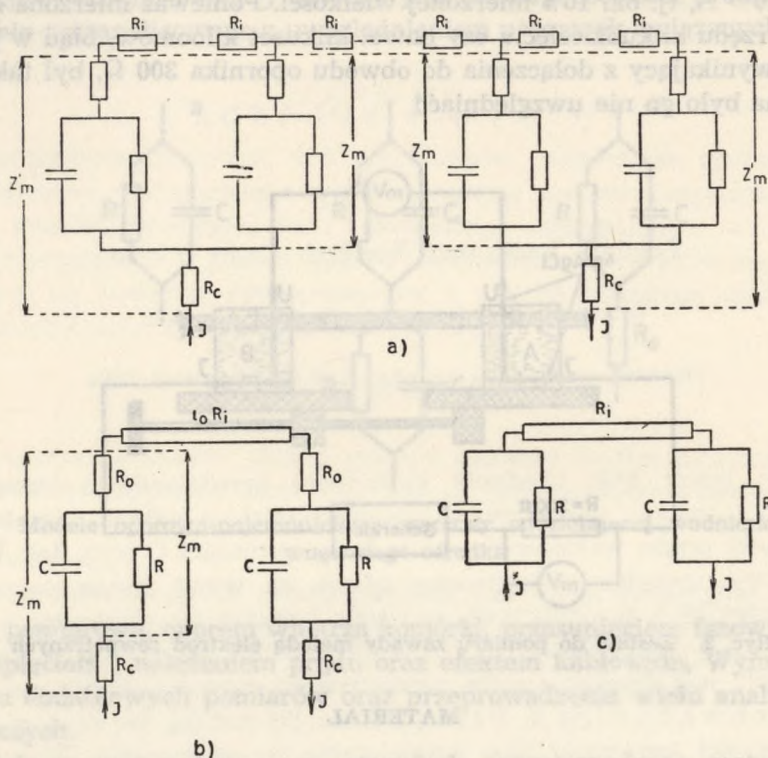
Pomiary wykonano na komórkach *Chara brauni* pobranych z hodowli laboratoryjnej. Hodowla została założona w sierpniu 1969 r., pomiary przeprowadzono w listopadzie 1969 r. Do badań używano pojedynczych komórek międzywęzłowych o długości 3—5 cm i średnicy ok. 0,5 mm.

#### METODA

Pomiar całkowitej zawady  $Z_c$

Pomiar metodą 4 elektrod napięcia  $U$  i natężenia prądu  $I$  w zestawie pomiarowym przedstawionym na ryc. 2 pozwala wyliczyć całkowitą zawadę badanego układu  $Z_c = \frac{U}{I}$ . Zawada  $Z_c$  składa się z zawady  $Z_m$  warstwy otaczającej wodniczki, oporu wnętrza komórki  $R_i$  oraz oporu cieczy  $R_c$  wewnątrz naczyń pomiarowych A i B. Oporowo-pojemnościowy model badanego układu przedstawia ryc. 3. Symbolem  $Z'_m$  oznaczono na ryc. 3 zawadę całej warstwy otaczającej wodniczki łącznie z cieczą w naczyniu

pomiarowym. Element  $RCR_0$  na ryc. 3b przedstawia warstwę otaczającą wodniczkę. Opornik  $l_0R_i$  symbolizuje opór wnętrza części komórki zawartej między naczyniami A i B;  $l_0$  oznacza odległość między naczyniami A i B,  $R_i$  — opór jednostki długości wnętrza komórki. Oporniki  $R_c$  przedstawiają



Ryc. 3. Model oporowo-pojemnościowy układu pomiarowego; a — model szczegółowy, b, c — modele uproszczone

opór cieczy w naczyniach A i B. Model ten jest równoważny elektrycznie modelowi przedstawionemu na ryc. 3c, gdzie  $R_1 = l_0R_i + 2R_0 + 2R_c$ . Wszystkie wyliczenia podane w pracy przeprowadzono w oparciu o model szczegółowy (ryc. 3a). Z modelu uproszczonego (ryc. 3bc) korzystano tylko przy uzasadnianiu słuszności wzoru (4), którym posługiwano się przy pomiarze oporu wnętrza  $R_i$ .

#### Pomiar oporu wnętrza $R_i$

Pomiar oporu wnętrza wykonano dwiema różnymi metodami:

1. Pomiar przeprowadzony na aparaturze przedstawionej na ryc. 2 polegał na mierzeniu zawady komórki  $Z_c$  przy dwóch różnych odległościach  $l_{01}$  i  $l_{02}$  między naczyniami A i B. Zawadę  $Z_c$  tego układu można przedstawić liczbą zespoloną, korzystając z uproszczonego oporowo-pojem-



nościowego modelu przedstawionego na ryc. 3c (przypis 1, wzory [20, 21, 22])

$$\bar{Z}_c = \frac{2R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + R_1 - i \frac{2\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \quad (1)$$

Przesunięcie fazowe między natężeniem i napięciem zmierzonym na zawadzie wynosi

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\omega R^2 C}{2R + R_1 + \omega^2 R^2 C^2 R_1} \quad (2)$$

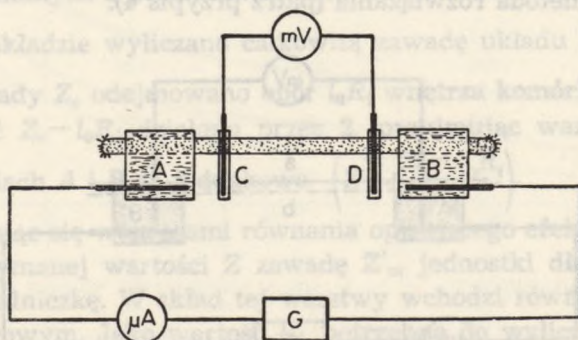
Wartość  $Z_c$  uzyskana z pomiarów równa się modułowi zawady  $Z_c$

$$Z_c = \sqrt{\left(\frac{2R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + R_1\right)^2 + \frac{4\omega^2 R^4 C^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (3)$$

Ze wzoru (3) wynika, że różnica dwóch zawad o różnych wartościach oporu  $R_1$  nie równa się różnicy wartości tych oporów. W przypisie 2 wykazano jednak, że w warunkach przeprowadzonego eksperymentu przy wartościach oporów i pojemności właściwych dla *Characeae* część urojona zawady ma wartość niewielką ze względu na małe przesunięcie fazy między natężeniem a napięciem i praktycznie różnica zawad zmierzonych przy różnych odległościach naczyń A i B równa się różnicy oporów wnętrza przy tych odległościach. Przy wyliczaniu  $R_i$ , korzystano zatem ze wzoru

$$R_i = \frac{Z_{l_{01}} - Z_{l_{02}}}{d_1} \quad (4)$$

gdzie  $Z_{l_{01}}$  całkowita zawada zmierzona przy odległości  $l_{01}$ ,  $Z_{l_{02}}$  całkowita zawada zmierzona przy odległości  $l_{02}$ ;  $d_1 = l_{01} - l_{02}$ . Dowód wzoru (4) przeprowadzony na modelu uproszczonym (ryc. 3c) pozostaje słuszny dla modelu szczegółowego (ryc. 3a). Wynika to z przypisu 3, gdzie wykazano, że różnica w przesunięciu fazowym na zawadach  $Z$  i  $Z_m$  jest niewielka i możemy we wzorach zastępować te zawady przez ich moduły.



Ryc. 4. Zestaw do pomiaru oporu wnętrza komórki; G — generator, mV — milivoltomierz lampowy,  $\mu\text{A}$  — mikroamperomierz



2. Pomiar oporu wnętrza komórki wykonano na aparaturze przedstawionej na ryc. 4. Między naczyniami *A* i *B* znajdowały się dwa wąskie, napełnione wodą z akwarium, naczynia *C* i *D* z wprowadzonymi elektrodami *Ag/AgCl*. Opór  $R_i$  wnętrza komórki wynosi  $R_i = \frac{U_{CD}}{I d_2}$ ; gdzie  $U_{CD}$  — napięcie między elektrodami znajdującymi się w naczyniach *C* i *D*,  $I$  — natężenie prądu przepływającego przez komórkę,  $d_2$  — odległość między naczyniami *C* i *D*.

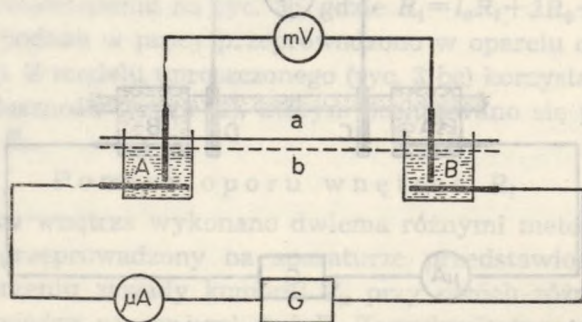
Uwzględnienie efektu kablowego

Opór wnętrza komórki na odcinkach zanurzonych w naczyniach *A* i *B* powoduje, że gęstość prądu wpływającego i wypływającego z komórki nie jest jednakowa na całej powierzchni zanurzenia. Uwzględnienie tego zjawiska, zwanego efektem kablowym, prowadzi do następującego równania (patrz przypis 3):

$$Z = \sqrt{R_i Z'_m \operatorname{ctgh} l} \sqrt{\frac{R_i}{Z'_m}} \quad (5)$$

gdzie  $l$  — długość zanurzenia komórki w naczyniu *A* lub *B*,  $Z'_m$  — zawada jednostki długości [ $k\Omega$  cm] warstwy otaczającej wodniczkę (łącznie z cieczą w naczyniu pomiarowym),  $Z = \frac{Z_c - l_0 R_i}{2}$  (dzielenie przez 2 wynika

z tego, że  $Z$  obliczamy dla części komórki zanurzonej w jednym z naczyń — *A* lub *B*, a pomiar  $Z_c$  wykonujemy przy zanurzeniu komórki w obu naczyniach). Wielkość  $Z'_m$  występuje w równaniu (5) w postaci uwikłanej, co sprawia trudności w rozwiązaniu tego równania. Wyliczenie  $Z'_m$  w sposób algebraiczny wymaga rozwijania funkcji  $\operatorname{ctgh}$  w szereg. Dokładność wyliczenia zależy od liczby wyrazów w szeregu, przyjętych do rozwiązania, zwiększenie liczby tych wyrazów daje równanie coraz wyższego stopnia. Znacznym uproszczeniem przy obliczaniu  $Z'_m$  z równania (5) jest graficzna metoda rozwiązania (patrz przypis 4).



Ryc. 5. Zestaw do wyznaczenia oporu cieczy w naczyniach pomiarowych



Pomiar oporu cieczy  $R_c$ 

Do naczyń pomiarowych  $A$  i  $B$  (ryc. 5) zanurzono zamiast komórki srebrny pochlorowany drut  $a$ . Z pomiaru napięcia i natężenia prądu obliczono opór  $R_2$ , na który składają się opór polaryzacyjny  $R_p$  drutu  $a$  i opór cieczy  $2R_c$  w obu naczyniach  $A$  i  $B$  (opór drutu zaniedbujemy).

$$R_2 = R_p + 2R_c \quad (6)$$

Następnie naczynia  $A$  i  $B$  łączymy jednocześnie dwoma drutami chlorosrebrnymi ( $a$  i  $b$ ) i mierzymy opór  $R$ . W tym przypadku opór polaryzacyjny jest dwa razy mniejszy, ponieważ zanurzona powierzchnia drutów  $a$  i  $b$  jest dwa razy większa od zanurzonej powierzchni jednego drutu  $a$ .

$$R_3 = \frac{R_p}{2} + 2R_c \quad (7)$$

Rozwiązując układ równań (6) i (7), otrzymuje się wartości  $R_p$  i  $R_c$ .

$$R_p = 2(R_2 - R_3) \quad (8a)$$

$$R_c = \frac{2R_3 - R_2}{2} \quad (8b)$$

Określenie wartości oporu  $R_0$ 

Dla dużych wartości  $\omega$  model badanego układu przedstawiony na ryc. 3 upraszcza się, ponieważ opór pojemnościowy kondensatora  $C$ , bocznikującego opór  $R$ , dąży do zera. Dla takich częstości zawada  $Z_m$  redukuje się do oporu  $R_0$  i w skład całkowitej zawady układu wchodzi tylko opory  $R_i$ ,  $R_c$  i  $R_0$ . A zatem, znając wartości całkowitej zawady dla wysokiej częstości prądu i wartości  $R_i$  i  $R_c$ , zmierzone wyżej podanymi metodami, można określić wielkość oporu  $R_0$ . Pozwala to rozstrzygnąć, który z modeli warstwy otaczającej wodniczkę jest słuszny, model  $RC$  (ryc. 1a), czy też model  $RCR_0$  (ryc. 1c).

## Opracowanie pomiarów

1. Z otrzymanych z pomiarów wartości natężenia prądu  $I$  i napięcia  $U$  na badanym układzie wyliczono całkowitą zawadę układu  $Z_c$  ( $Z_c = \frac{U}{I}$ ).

2. Od zawady  $Z_c$  odejmowano opór  $l_0 R_i$  wnętrza komórki.

3. Wartość  $Z_c - l_0 R_i$  dzielono przez 2, przyjmując wartości zawad  $Z$  w obu naczyniach  $A$  i  $B$  za jednakowe ( $Z = \frac{Z_c - l_0 R_i}{2}$ ).

4. Posługując się wykresami równania opisującego efekt kablowy, wyliczano z otrzymanej wartości  $Z$  zawadę  $Z'_m$  jednostki długości warstwy otaczającej wodniczkę. W skład tej warstwy wchodzi również ciecz w naczyniu pomiarowym. Jako wartość  $R_i$ , potrzebną do wyliczenia  $Z'_m$  z wykresu (ryc. 11), przyjmowano  $1/2 R_i$  zmierzonego w sposób opisany wyżej, uwzględniając w ten sposób zmniejszanie się oporu wnętrza komórki

w części zanurzonej w cieczy. Efekt ten analizowany był we wcześniejszej publikacji [9].

5. Od wartości  $Z'_m$  odejmowano wartość oporu cieczy w naczyniu pomiarowym. Obliczona w ten sposób zawada  $Z_m$  była zawadą jednostki długości warstwy oddzielającej wodniczkę komórki od zewnętrznego ośrodka. Dla wysokich częstotliwości  $Z_m = R_0$ .

#### WYNIKI POMIARÓW

Wyniki pomiarów  $R_i$  przeprowadzonych dwiema metodami zestawiono w tab. 1.  $R_i^a$  oznacza opór jednostki długości wnętrza komórki uzyskany

Tab. 1. Wyniki pomiarów oporu wnętrza komórki

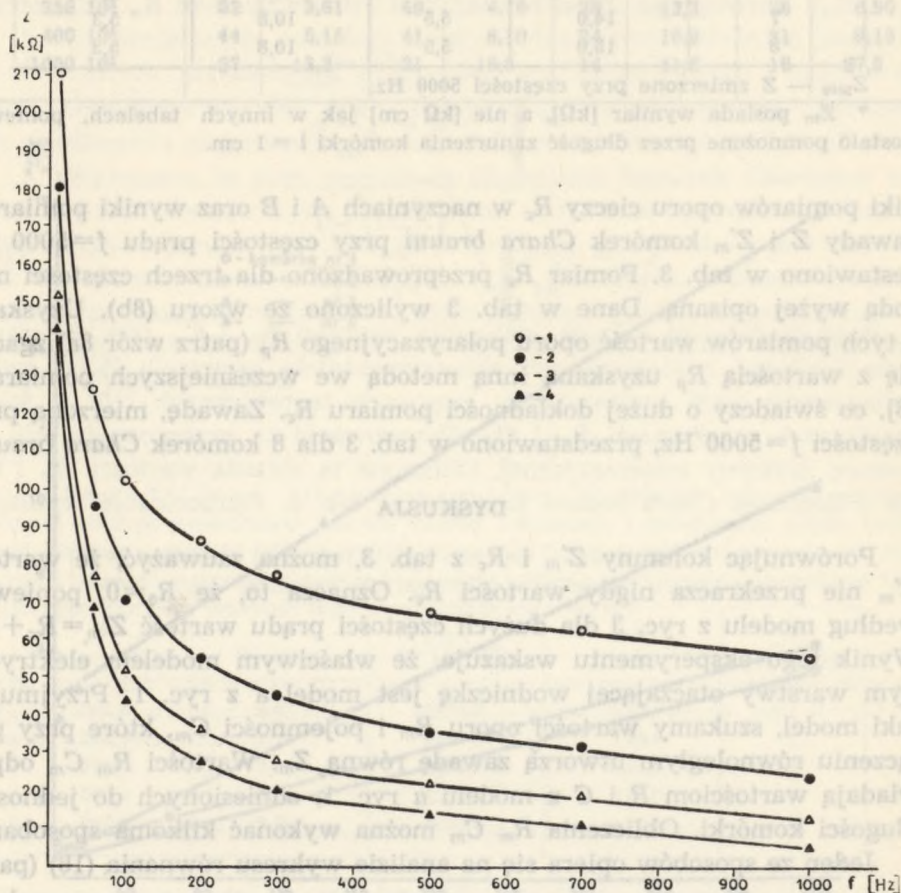
Nr komórki	$R_i^a$ [kΩcm]	$R_i^b$ [kΩcm]
1	38	36
2	48	45
3	34	30
4	48	49
5	63	60
6	50	48
7	35	38
8	49	50
9	36	36
10	45	48
Wartości średnie	$R_i^a{}_{sr} = 44,6$	$R_i^b{}_{sr} = 44,0$

Tab. 2. Wyniki pomiarów zawady  $Z$  oraz obliczeń  $Z_m$  dla jednej z komórek *Chara brauni* przy różnych częstotliwościach prądu

$f$ [Hz]	$\frac{Z_c}{2}$ [kΩ]	$Z$ [kΩ]	$Z'_m$ [kΩcm]	$Z_m$ [kΩcm]
10	212	180	151	143
20	183	151	129	121
40	169	137	104	96
60	127	95	77	69
80	106	77	61	53
100	102	70	52	44
200	87	55	36	28
300	77	45	28	20
500	67	35	22	14
700	64	32	19	11
1000	55	23	13	5
3000	51	19	9	1
5000	50	18	8	0



metodą I,  $R_i^b$  — opór jednostki długości wnętrza komórki uzyskany metodą II. Wartości  $R_i^a$  oraz  $R_i^b$  nie zależały od  $\omega$ . Zgodność wyników  $R_i$  uzyskanych obiema metodami świadczy, że uproszczenie stosowane przy obliczaniu  $R_i^a$ , wynikające z posługiwania się wzorem (4), nie wprowadza istotnego błędu w wartości oporu wnętrza komórki. Pomiary  $Z_c$  i obliczenia  $Z$ ,  $Z'_m$  i  $Z_m$  wykonano na 23 komórkach *Chara brauni*. Pomiar  $Z_c$  każdej komórki przeprowadzono dla 13 różnych częstotliwości w zakresie od 10 Hz do 5000 Hz. Zmiany  $\frac{Z_c}{2}$ ,  $Z$ ,  $Z'_m$  i  $Z_m$  w zależności od częstotliwości przepływającego prądu w jednej z badanych komórek ilustrują tab. 2 i ryc. 6. Wy-



Ryc. 6. Zależność zawady od częstotliwości prądu; 1 —  $\frac{Z_c}{2}$  uzyskana bezpośrednio z pomiaru, 2 —  $\frac{Z_c - lR_i}{2}$  po wyeliminowaniu oporu wnętrza komórki, 3 —  $Z'_m$  po uwzględnieniu efektu kablowego, 4 —  $Z_m$  — po odjęciu oporu cieczy w naczyniach A i B



Tab. 3. Wartości oporu cieczy w naczyniu pomiarowym oraz zawady komórek *Chara brauni* przy częstotliwości  $f = 500$  Hz

Nr komórki	$Z_{5000}$ [k $\Omega$ ]	$Z'_m$ * [k $\Omega$ ]	$R_c$ [k $\Omega$ ]	$(R_c - Z_m)$ [k $\Omega$ ]
1	17,5	9	10,8	1,8
2	12,8	7,7	10,8	3,1
3	15,0	9,4	10,8	1,4
4	18,0	9,4	10,8	1,4
5	14,5	9,2	10,8	1,6
6	15,5	9,0	10,8	1,8
7	14,0	5,5	10,8	5,3
8	15,0	5,5	10,8	5,3

$Z_{5000}$  —  $Z$  zmierzone przy częstotliwości 5000 Hz.

\*  $Z_m$  posiada wymiar [k $\Omega$ ], a nie [k $\Omega$  cm] jak w innych tabelach, ponieważ zostało pomnożone przez długość zanurzenia komórki  $l = 1$  cm.

niki pomiarów oporu cieczy  $R_c$  w naczyniach *A* i *B* oraz wyniki pomiarów zawady  $Z$  i  $Z'_m$  komórek *Chara brauni* przy częstotliwości prądu  $f = 5000$  Hz zestawiono w tab. 3. Pomiar  $R_c$  przeprowadzono dla trzech częstotliwości metodą wyżej opisaną. Dane w tab. 3 wyliczono ze wzoru (8b). Uzyskana z tych pomiarów wartość oporu polaryzacyjnego  $R_p$  (patrz wzór 8a) zgadza się z wartością  $R_p$  uzyskaną inną metodą we wcześniejszych pomiarach [3], co świadczy o dużej dokładności pomiaru  $R_c$ . Zawadę, mierzoną przy częstotliwości  $f = 5000$  Hz, przedstawiono w tab. 3 dla 8 komórek *Chara brauni*.

#### DYSKUSJA

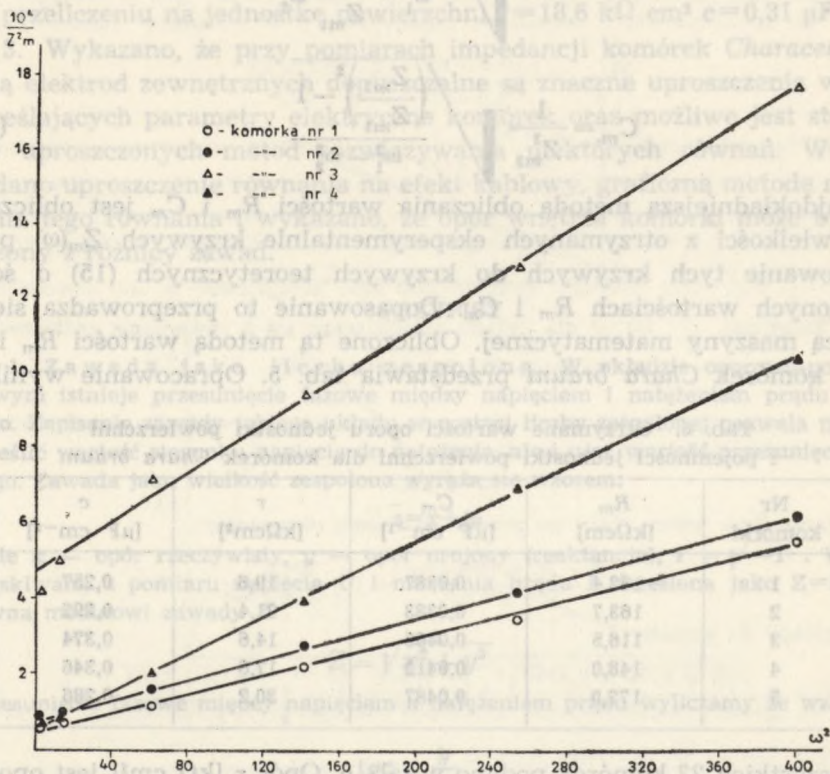
Porównując kolumny  $Z'_m$  i  $R_c$  z tab. 3, można zauważyć, że wartość  $Z'_m$  nie przekracza nigdy wartości  $R_c$ . Oznacza to, że  $R_0 = 0$ , ponieważ według modelu z ryc. 3 dla dużych częstotliwości prądu wartość  $Z'_m = R_c + R_0$ . Wynik tego eksperymentu wskazuje, że właściwym modelem elektrycznym warstwy otaczającej wodniczkę jest model *a* z ryc. 1. Przyjmując taki model, szukamy wartości oporu  $R_m$  i pojemności  $C_m$ , które przy połączeniu równoległym utworzą zawadę równą  $Z_m$ . Wartości  $R_m$   $C_m$  odpowiadają wartościom  $R$  i  $C$  z modelu *a* z ryc. 1, odniesionych do jednostki długości komórki. Obliczenia  $R_m$   $C_m$  można wykonać kilkoma sposobami.

Jeden ze sposobów opiera się na analizie wykresu równania (16) (patrz przypis 1). Dla czterech komórek sporządzono wykresy zależności  $\frac{1}{Z_m^2} = f(\omega^2)$ . Dane do wykresów zestawiono w tab. 4, wykresy przedstawiono na ryc. 7. Punkty przecięcia prostych z ryc. 7 z osią  $y$  odpowiadają wartościom  $\frac{1}{R_m^2}$ . Tangensy nachylenia prostych do osi  $x$  równają się wartościom



Tab. 4. Opracowanie danych do wyliczenia z wykresu oporu i pojemności jednostki długości błony komórkowej

Nr komórki	1		2		3		4	
	$Z_m$ [kΩ] cm]	$10^4 Z_m^{-2}$ [kΩ <sup>-2</sup> ] cm <sup>-2</sup> ]	$Z_m$ [kΩ] cm]	$10^4 Z_m^{-2}$ [kΩ <sup>-2</sup> ] cm <sup>-2</sup> ]	$Z_m$ [kΩ] cm]	$10^4 Z_m^{-2}$ [kΩ <sup>-2</sup> ] cm <sup>-2</sup> ]	$Z_m$ [kΩ] cm]	$10^4 Z_m^{-2}$ [kΩ <sup>-2</sup> ] cm <sup>-2</sup> ]
4 · 10 <sup>3</sup>	142	0,54	116	0,74	50	3,43	139	0,51
16 · 10 <sup>3</sup>	121	0,67	98	1,04	46	4,72	109	0,84
64 · 10 <sup>3</sup>	95	1,10	79	1,60	39	7,30	73	1,87
144 · 10 <sup>3</sup>	68	2,13	60	2,77	33	10,5	52	3,70
256 · 10 <sup>3</sup>	52	3,61	49	4,16	28	12,3	38	6,90
400 · 10 <sup>3</sup>	44	5,15	41	6,10	24	16,9	31	9,15
1600 · 10 <sup>3</sup>	27	13,3	21	18,8	14	41,6	16	27,5

Ryc. 7. Zależność  $\frac{1}{Z_m^2}$  od  $\omega^2$  dla komórek *Chara brauni*

ciom  $C_m^2$ . Dokładność odczytu  $R_m$  i  $C_m$  z wykresu jest niewielka. Dużym błędem obarczona jest przede wszystkim wartość  $R_m$ , ponieważ proste przecinają oś  $y$  blisko osi  $x$ .



Inna metoda określania  $R_m$  i  $C_m$  polega na wyliczeniu tych wielkości z wartości  $Z_m$  zmierzonych przy dwóch różnych częstotliwościach  $\omega_1$  i  $\omega_2$ . Zawada układu  $R_m C_m$  dla częstotliwości  $\omega_1$  wynosi

$$Z_{m1} = \frac{R_m}{\sqrt{1 + \omega_1^2 C_m^2 R_m^2}} \quad (9a)$$

a dla częstotliwości  $\omega_2$

$$Z_{m2} = \frac{R_m}{\sqrt{1 + \omega_2^2 C_m^2 R_m^2}} \quad (9b)$$

(wzór (15) z przypisu 1, w którym wielkości  $Z$ ,  $C$  i  $R$  zastąpiono przez  $Z_m$ ,  $C_m$  i  $R_m$ ). Rozwiązując układ równań (9a) i (9b) względem  $R_m$  i  $C_m$ , otrzymamy

$$R_m = Z_{m2} \sqrt{\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 - \frac{Z_{m2}}{Z_{m1}} \omega_2^2}} \quad (10a)$$

$$C_m = \frac{1}{Z_{m2}} \sqrt{\frac{\left(\frac{Z_{m2}}{Z_{m1}}\right)^2 - 1}{\omega_1^2 - \omega_2^2}} \quad (10b)$$

Najdokładniejszą metodą obliczania wartości  $R_m$  i  $C_m$  jest obliczanie tych wielkości z otrzymanych eksperymentalnie krzywych  $Z_m(\omega)$  przez dopasowanie tych krzywych do krzywych teoretycznych (15) o ściśle określonych wartościach  $R_m$  i  $C_m$ . Dopasowanie to przeprowadza się za pomocą maszyny matematycznej. Obliczone tą metodą wartości  $R_m$  i  $C_m$  dla 5 komórek *Chara brauni* przedstawia tab. 5. Opracowanie wyników

Tab. 5. Otrzymane wartości oporu jednostki powierzchni i pojemności jednostki powierzchni dla komórek *Chara brauni*

Nr komórki	$R_m$ [kΩcm]	$C_m$ [μF cm <sup>-1</sup> ]	$r$ [kΩcm <sup>2</sup> ]	$c$ [μF cm <sup>-2</sup> ]
1	132,4	0,0387	19,6	0,257
2	163,7	0,0383	21,4	0,292
3	116,5	0,0466	14,6	0,374
4	148,0	0,0412	17,6	0,346
5	177,9	0,0487	30,2	0,286

dla wszystkich 23 komórek podano w tab. 6. Opór  $r$  [kΩ cm<sup>2</sup>] jest oporem jednostki powierzchni warstwy otaczającej wodniczkę; pojemność  $c$  [μF cm<sup>-2</sup>] jest pojemnością jednostki powierzchni tej warstwy. Wartości  $r=18,6$  kΩ cm<sup>2</sup> i  $c=0,31$  μF cm<sup>-2</sup> zgadzają się z wartościami oporu i pojemności plazmalemy komórek *Characeae* podanymi w piśmiennictwie [6, 10, 11; 1, 4].

Tab. 6. Opracowanie wyników pomiarów oporu i pojemności błon komórek *Chara brauni*

Liczba przebadanych komórek	Średnia wartość $r$ [kΩcm]	Średnia wartość $c$ [μFcm <sup>-2</sup> ]	Odchylenie standardowe $r$ $S_r$ [kΩcm <sup>2</sup> ]	Odchylenie standardowe $c$ $S_c$ [μFcm <sup>-2</sup> ]
23	18,6	0,31	1,22	0,017

## PODSUMOWANIE WYNIKÓW

1. Stwierdzono, że modelem warstwy otaczającej wodniczkę jest układ  $R C$  o stałych, niezależnych od częstości wartościach oporu i pojemności.
2. Określono wartości oporu i pojemności błony komórek *Characeae*. Po przeliczeniu na jednostkę powierzchni  $r=18,6 \text{ k}\Omega \text{ cm}^2$   $c=0,31 \text{ }\mu\text{F cm}^{-2}$ .
3. Wykazano, że przy pomiarach impedancji komórek *Characeae* metodą elektrod zewnętrznych dopuszczalne są znaczne uproszczenia wzorów określających parametry elektryczne komórek oraz możliwe jest stosowanie uproszczonych metod rozwiązywania niektórych równań. W pracy podano uproszczenie równania na efekt kablowy, graficzną metodę rozwiązania tego równania i wykazano, że opór wnętrza komórki może być wyliczony z różnicy zawad.

## PRZYPISY

1. Zawada jako liczba zespolona. W układzie oporowo-pojemnościowym istnieje przesunięcie fazowe między napięciem i natężeniem prądu zmiennego. Zapisanie zawady takiego układu w postaci liczby zespolonej pozwala nie tylko określić wartość stosunku napięcia do natężenia, ale i ująć wartość przesunięcia fazowego. Zawada jako wielkość zespolona wyraża się wzorem:

$$\bar{z}=x+iy \quad (11)$$

gdzie  $x$  — opór rzeczywisty,  $y$  — opór urojony (reaktancja),  $i = \sqrt{-1}$ . Wielkość uzyskiwana z pomiaru napięcia  $U$  i natężenia prądu  $I$  określana jako  $Z=U/I$  jest równa modułowi zawady  $Z$

$$Z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (12)$$

Przesunięcie fazowe między napięciem a natężeniem prądu wyliczamy ze wzoru:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{x} \quad (13)$$

Zapisanie zawady w postaci liczby zespolonej umożliwia stosowanie praw Kirchhoffa w obwodach prądu zmiennego, np. stosowanie wzorów na szeregowe lub równoległe łączenie oporów.

Rozpatrzmy układ  $R C$ , składający się z połączonych równoległe opornika  $R$  i pojemności  $C$  (ryc. 1a). Opór pojemnościowy  $R_e$  wyraża się w liczbach zespolonych



jako  $R_e = \frac{1}{i\omega C}$ . Stosując wzór na połączenie równoległe oporów  $R$  i  $R_e$  otrzymamy

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + i\omega C \quad \text{po przekształceniach:}$$

$$\bar{Z} = \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} - i \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \quad (14)$$

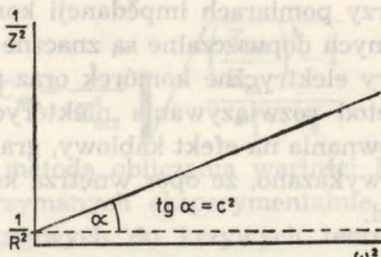
moduł tej zawady wyliczamy korzystając ze wzoru (12)

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} \quad (15)$$

Przekształcając wzór (15) otrzymamy

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + C^2 \omega^2 \quad (16)$$

Wykres równania (16) we współrzędnych  $x = \omega^2$  i  $y = \frac{1}{Z^2}$  przedstawia linię prostą (ryc. 8). Punkt przecięcia prostej z osią  $y$  odpowiada wartości  $1/R^2$ , tangens nachylenia prostej względem osi  $x$  równa się  $C^2$ .



Ryc. 8. Zależność  $\frac{1}{Z^2}$  od  $\omega^2$  dla układu składającego się z równoległe połączonych opornika  $R$  i kondensatora  $C$

Jeżeli do układu  $RC$  dołączymy szeregowo opór  $R_1$ , to zawada  $Z_1$ , przedstawiona w postaci liczby zespolonej, wyrazi się jako

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z} + R_1$$

Podstawiamy  $\bar{Z}$  ze wzoru (14) i po przekształceniach otrzymamy:

$$\bar{Z}_1 = \frac{R + R_1 + R^2 R_1 C^2 \omega^2}{1 + R^2 C^2 \omega^2} - i \frac{R^2 C \omega}{1 + R^2 C^2 \omega^2} \quad (17)$$

Moduł zawady  $\bar{Z}_1$  wynosi:

$$\bar{Z}_1 = \sqrt{\left(\frac{R + R_1 + R^2 R_1 C^2 \omega^2}{1 + R^2 C^2 \omega^2}\right)^2 + \left(\frac{R^2 \omega C}{1 + R^2 C^2 \omega^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{R(R + 2R_1)}{1 + R^2 C^2 \omega^2} + R_1^2} \quad (18)$$

Przesunięcie fazowe na zawadzie wynosi:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega R^2 C}{R + R_1 + R_1 R^2 C \omega^2} \quad (19)$$

Układ, w którym dwa identyczne elementy  $RC$  są połączone oporem  $R_1$  (ryc. 3c), posiada zawadę  $\bar{Z}_c$  wyrażoną wzorem:

$$\bar{Z}_c = \bar{Z}_1 + R_1 + \bar{Z}_1 = 2\bar{Z}_1 + R_1 = 2 \frac{R}{1 + \omega^2 C^2 R^2} + R_1 - 2i \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \quad (20)$$

Przesunięcie fazowe wyliczone ze wzoru (13) ma wartość:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\omega R^2 C}{2R + R_1 + \omega^2 R^2 C R_1} \quad (21)$$

Moduł zawady  $Z_c$  na podstawie wzoru (12) wynosi:

$$Z_c = \sqrt{\left(\frac{2R}{1 + \omega^2 R_2 C^2} + R_1\right)^2 + \frac{4\omega^2 R^4 C^2}{(1 + \omega^2 R^2 C^2)^2}} \quad (21a)$$

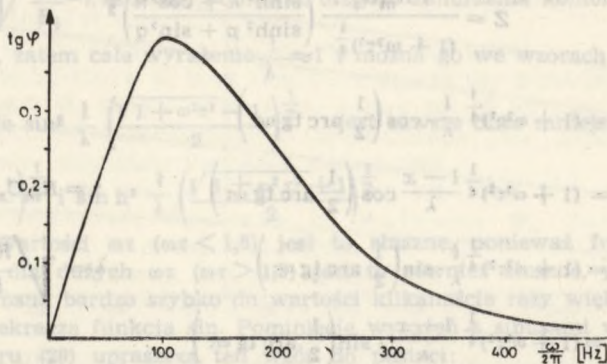
2. Analiza przesunięcia fazowego napięcia względem natężenia. Przesunięcie fazowe  $\varphi$  w układzie przedstawionym na ryc. 2 zależy dla określonych wartości  $R$  i  $C$  od częstości prądu  $\omega$ . Analizujemy zmiany  $\operatorname{tg} \varphi$  określonego wzorem (21) w zależności od częstości prądu  $\omega$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\omega R^2 C}{2R + R_1 + \omega^2 R^2 C R_1} \quad (21)$$

Dla  $\omega=0$ ,  $\operatorname{tg} \varphi=0$ , dla  $\omega \rightarrow \infty$   $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$ . Przy zmianie  $\omega$  wartość  $\operatorname{tg} \varphi$  osiąga dla pewnej częstości  $\omega=\omega_m$  wartość ekstremalną. Wartość  $\omega_m$  znajdziemy, obliczając pierwszą pochodną względem  $\omega$  z powyższego wyrażenia i przyrównując ją do zera.

$$\frac{2R^2 C(2R + R_1 - 2R^2 C^2 \omega^2 R_1)}{(2R + R_1 + \omega^2 R^2 C^2 R_1)^2} = 0 \quad (22)$$

Rozwiązanie równania (22) daje  $\omega_m = \frac{1}{RC} \sqrt{\frac{2R + R_1}{2R_1}}$ . Obliczenie drugiej pochodnej z  $\operatorname{tg} \varphi$  względem  $\omega$  i podstawienie do nie  $\omega=\omega_m$  pozwala stwierdzić, że punktem ekstremalnym jest maksimum funkcji  $\operatorname{tg} \varphi$ . W oparciu o wyniki pomiarów możemy przyjąć dla komórek *Chara brauni* w zaokrągleniu  $R=10^5 \Omega$ ,  $C=2 \cdot 10^{-8}$  F,  $R_1=10^5 \Omega$  i oszacować  $\omega_m$ . Z oszacowania tego otrzymujemy  $\omega_m=610$ , czyli  $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = 100$  Hz.



Ryc. 9. Zależność  $\operatorname{tg} \varphi$  od częstości prądu dla układu przedstawionego na ryc. 2

Częstość  $f_m$  jest więc częstością, przy której przesunięcie fazowe między napięciem i natężeniem osiąga w mierzonej komórce wartość maksymalną. Pełny przebieg zależności  $\operatorname{tg} \varphi=f(\omega)$  przedstawia ryc. 9 (funkcja posiada punkt przegięcia dla  $\omega_p=1580$ , czyli  $f_p \approx 250$  Hz, ponieważ  $(\operatorname{tg} \varphi)''=0$  dla  $\omega=\omega_p$ ). Maksymalne przesunięcie fazowe, wyliczone ze wzoru (21) przy podstawieniu  $\omega=\omega_m$  i przyjęciu wyżej wymienionych wartości na  $R$ ,  $R_1$  i  $C$ , wynosi 0,4. Oznacza to, że opór urojony  $Y$  stanowi najwyżej 0,4 oporu rzeczywistego (wzór 13), a zatem we wzorze (12) na



moduł zawady, wyrażenie  $Y^2$  możemy pominać, nie popełniając błędu większego niż kilkanaście procent. Wartości  $\operatorname{tg} \varphi$  wyliczone dla  $f=0,1 f_m$  i  $f=10 f_m$  pokazują, że  $Y$  stanowi ok. 0,1  $X$ , czyli we wzorze (12) może być zaniedbane z błędem ok. 1%. Przy takim uproszczeniu wzór (21a) przyjmuje następującą postać:

$$Z_c = \frac{2R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + R_1 \quad (23)$$

Ze wzoru (23) wynika, że jeżeli wykonamy pomiar zawady przy dwóch różnych wartościach oporu  $R_1$  (oznaczamy je  $R_{101}$  i  $R_{102}$ ), to różnica tych zawad  $Z_{101}$  i  $Z_{102}$  = różnicy oporów  $R_{101}$  i  $R_{102}$ .

$$Z_{101} - Z_{102} = R_{101} - R_{102}$$

Wzór (23) pokazuje również, że od wartości zawady  $Z$  możemy odejmować wartość oporu  $R_1$ , czyli od zmierzonej wartości zawady całkowitej  $Z_c$  odejmować opór wnętrza komórki.

3. Efekt kablowy dla prądu zmiennego. Rozwiązaniem zagadnienia efektu kablowego dla prądu zmiennego jest wyrażenie:

$$\bar{Z} = \sqrt{R_i \bar{Z}'_m \operatorname{ctgh} l} \sqrt{\frac{R_i}{\bar{Z}'_m}} \quad (24)$$

gdzie  $\bar{Z}$  — zawada zanurzonej części komórki,  $\bar{Z}'_m$  — zawada jednostki długości warstwy otaczającej wodniczkę i cieczy w naczyniu pomiarowym,  $l$  — długość zanurzenia komórki w naczyniu. Wielkości  $\bar{Z}$  i  $\bar{Z}'_m$  występujące we wzorze (24) są wyrażone w postaci liczb zespolonych. Rozwiązanie równania (24) w celu wyliczenia modułu zawady  $\bar{Z}$ , czyli wielkości otrzymywanej w pomiarach, prowadzi do następującego wyrażenia [10].

$$Z = \frac{\sqrt{R_m H_i}}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}}} \left( \frac{\sinh^2 k + \cos^2 n}{\sinh^2 p + \sin^2 q} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

$$k = (1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}} \frac{l}{\lambda} \cdot \cos \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \omega \tau \right)$$

$$p = (1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}} \frac{l-x}{\lambda} \cos \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \omega \tau \right) \quad \tau = R_m C_m$$

$$n = (1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}} \frac{l}{\lambda} \cdot \sin \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \omega \tau \right) \quad \lambda = \sqrt{\frac{R_m}{R_i}}$$

$$q = (1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}} \frac{l-x}{\lambda} \cdot \sin \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \omega \tau \right)$$

W warunkach naszych pomiarów  $x=0$ , a zatem  $k=p$  i  $n=q$ . Przeprowadzona poniżej analiza ma na celu wykazanie, że w rozwiązywaniu równania efektu kablowego dla prądu zmiennego można zastąpić skomplikowaną postać (25) rozwiązaniem wzoru (24) wyrażeniem:

$$Z = \sqrt{R_i Z'_m} \operatorname{ctgh} l \sqrt{\frac{R_i}{Z'_m}} \quad (26)$$

w którym  $Z$  i  $Z'_m$  są odpowiednio modułami zawad  $\bar{Z}$  i  $\bar{Z}'_m$ . Przekształcamy wzór (26), podstawiając wartość modułu  $Z'_m$  ze wzoru (15). Otrzymamy:

$$Z = \frac{\sqrt{R_i R_m}}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}}} \operatorname{ctg} h \frac{l}{\lambda} (1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}} \quad (27)$$

Zmieniamy również postać równania (25). W tym celu obliczamy wyrażenia  $\cos \frac{1}{2}$  arc  $\operatorname{tg} \omega \tau$  i  $\sin \frac{1}{2}$  arc  $\operatorname{tg} \omega \tau$ , stosując zależności  $\cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$  oraz  $\sin \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$  i sprowadzając wyrażenia na  $k$  i  $n$  do postaci:

$$k = \frac{l}{\lambda} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1}{2}}, \quad n = \frac{l}{\lambda} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} - 1}{2}} \quad (28)$$

Po podstawieniu wartości  $k$  i  $n$  z (28) do (25) i wykorzystaniu zależności  $k=p$ ,  $q=n$  oraz  $\cos h^2 x - \sin h^2 x = 1$  równanie (25) przechodzi w:

$$Z = \frac{\sqrt{R_m R_i}}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}}} \left( \frac{\cos h^2 k - \sin^2 n}{\sin h^2 k + \sin^2 n} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{R_m R_i}}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}}} \left[ \frac{\cos h^2 \frac{l}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} - \sin^2 \frac{l}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} - 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}}{\sin h^2 \frac{l}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} + \sin^2 \frac{l}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} - 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

Wzór (29) można znacznie uprościć w zastosowaniu do pomiarów przedstawionych w tej pracy. Na podstawie danych z piśmiennictwa [5, 11] wartości na  $R_m$  i  $R_i$

otrzymujemy  $\sqrt{\frac{R_m}{R_i}} = \lambda \approx 1$  cm. Ponieważ długość zanurzenia komórki wynosiła również ok. 1 cm, zatem całe wyrażenie  $\frac{1}{\lambda} \approx 1$  i można go we wzorach (27) i (29) pominąć.

Wyrażenie  $\sin^2 \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} - 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$  jest zawsze dużo mniejsze niż  $\cos h^2 \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$  i  $\sin h^2 \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$

Dla małych wartości  $\omega \tau$  ( $\omega \tau < 1,5$ ) jest to słuszne, ponieważ funkcja sinus jest bardzo mała, dla dużych  $\omega \tau$  ( $\omega \tau > 1,5$ ) jest to również słuszne, ponieważ funkcje  $\cos h$  i  $\sin h$  rosną bardzo szybko do wartości kilkanaście razy większej od 1, której nigdy nie przekracza funkcja  $\sin$ . Pomińcie wyrażen z sinusami w liczniku i mianowniku wzoru (29) upraszcza ten wzór do postaci:

$$Z = \frac{\sqrt{R_m R_i}}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}}} \operatorname{ctg} h \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (30)$$

Dla  $\omega \tau < 1,5$  możemy pominąć  $\omega \tau$  w wyrażeniu pod  $\operatorname{ctg} h$  zarówno we wzorze (30), jak i (27). Oba wzory przyjmują wtedy wspólną postać:

$$Z = \frac{\sqrt{R_m R_i}}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{4}}} \operatorname{ctg} h \frac{1}{\lambda} \quad (31)$$



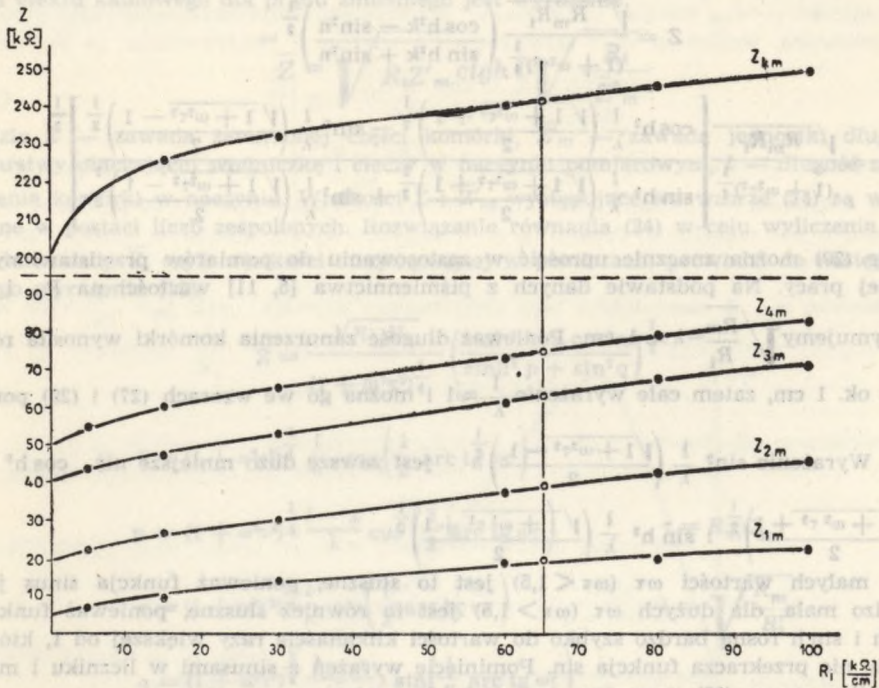
Dla  $\omega\tau > 1,5$  argument  $A \operatorname{ctg} h$  we wzorach (27) i (30) przyjmuje takie wartości, dla których  $\operatorname{ctg} h A$  dąży do wartości równej 1. W obu tych wzorach możemy pominąć wyrażenie z  $\operatorname{ctg} h$  i przechodzą one również w jednakową postać.

$$Z = \frac{\sqrt{R_m R_i}}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{1/4}} \quad (32)$$

Wzory (31) i (32) pokazują, że w całym zakresie zmian  $\omega$  stosowanym w pomiarach można korzystać z uproszczonej postaci (26) rozwiązania równania (24).

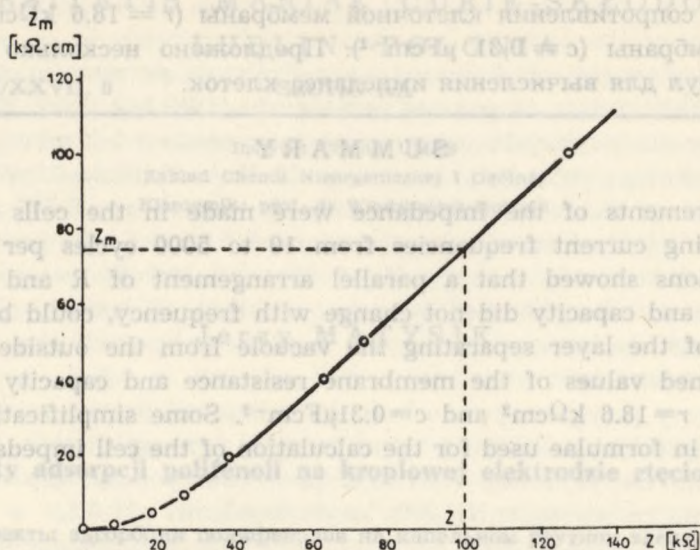
#### 4. Graficzne rozwiązanie równania (10) efektu kablowego.

Zakładamy kilka wartości  $Z_m$  (od 1 k $\Omega$  cm do 200 k $\Omega$  cm) oraz  $R_i$  (od 5  $\frac{\text{k}\Omega}{\text{cm}}$  do 100  $\frac{\text{k}\Omega}{\text{cm}}$ ) i wyliczamy ze wzoru (26) wartości  $Z$  dla wszystkich kombinacji  $Z_m$  i  $R_i$ . We współrzędnych  $Z$   $R_i$  kreślimy zależność  $Z$  od  $R_i$  dla wszystkich założonych  $Z_m$  (ryc. 10). Na osi rzędnych z punktu odpowiadającego wartości  $R_i$  zmierzonej komórki



Ryc. 10. Zależność zawady  $Z$  od oporu wnętrza  $R_i$  dla różnych wartości  $Z_m$

przeprowadzamy linię pionową. Wartości  $Z$  i  $Z_m$  uzyskane z punktów przecięcia tej linii z krzywymi na ryc. 10 odkładamy we współrzędnych  $Z$   $Z_m$  (ryc. 11) i łącząc je otrzymujemy ogólny przebieg zależności  $Z$  od  $Z_m$  dla określonego  $R_i$ . Zależność przedstawiona na ryc. 10 stosuje się do wszystkich mierzonych komórek. Wykres z ryc. 11 trzeba wykonać dla każdej badanej komórki, ponieważ jego przebieg zależy od oporu wnętrza komórki. Ze względu na uniwersalność wykresu z ryc. 10 i łatwość w sporządzaniu wykresu z ryc. 11 metodą graficzną uzyskujemy szybkie rozwiązanie równania efektu kablowego dla pomiarów prądem zmiennym.



Ryc. 11. Zależność  $Z$  od  $Z_m$  dla określonej wartości oporu wnętrza komórki  $R_i$

#### PIŚMIENNICTWO

1. Blinks L. R.: J. Gen. Phys. **20**, 229 (1936—1937).
2. Bulanda W., Skierczyńska J., Żołnierczuk R.: Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska, Lublin, sectio AA, **23**, 29 (1968).
3. Bulanda W., Skierczyńska J.: Biuletyn Lubelskiego Towarzystwa Naukowego, wydział II, sectio C, **9** (1969).
4. Cole K. S., Curtis H. J.: J. Gen. Phys. **21**, 189 (1938).
5. Curtis H. J., Cole K. S.: J. Gen. Phys. **21**, 189, 583 (1937—1938).
6. Findlay G. P., Hope A. B.: Austr. J. Biol. Sci. **17**, 62 (1964).
7. Plicquett F.: Biophysikalische Untersuchungen von Zellen und Geweben durch Passive elektrische Verfahren. Leipzig 1969.
8. Schwann H. P.: Ann. N. Y. Acad. Sci. **148**, 191 (1968).
9. Skierczyńska J., Śpiewła E., Bulanda W., Żołnierczuk R., Siewlewski J.: J. Exp. Bot., (1971).
10. Walker A. N.: Austr. J. Biol. Sci. **13**, 468 (1960).
11. Williams E. J., Johnston R. J., Dainty J.: J. Exp. Bot. **15**, 1 (1964).
12. Żołnierczuk R.: Biuletyn Lubelskiego Towarzystwa Naukowego, wydział II, sectio C, **9** (1969).

#### РЕЗЮМЕ

В работе проведены измерения импеданса клеток *Chara brauni* на переменный ток в пределах от 10 до 5000 гц. Доказано, что моделью слоя, отделяющего центральную вакуоль от внешней среды, является параллельное соединение  $R$  и  $C$  с постоянными значениями сопротивления и емкости, независимыми от частоты тока. Определены



значения сопротивления клеточной мембраны ( $r = 18,6 \text{ k}\Omega\text{cm}^2$ ) и емкость мембраны ( $c = 0,31 \text{ }\mu\text{Fcm}^{-2}$ ). Предложено несколько упрощенный формул для вычисления импеданса клеток.

SUMMARY

Measurements of the impedance were made in the cells of *Chara brauni* using current frequencies from 10 to 5000 cycles per sec. The investigations showed that a parallel arrangement of R and C which resistance and capacity did not change with frequency, could be used as a model of the layer separating the vacuole from the outside solution. The obtained values of the membrane resistance and capacity were respectively  $r = 18.6 \text{ k}\Omega\text{cm}^2$  and  $c = 0.31 \mu\text{Fcm}^{-2}$ . Some simplifications were suggested in formulae used for the calculation of the cell impedance.

