ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN—POLONIA
VOL. X, 9 SECTIO A 1956

Z Zakładu Matematyki II Wydz. Mat.-Fiz.-Chem. UMCS
Kierownik: prof. dr Adam Bielecki

ADAM BIELECKI

Remarque à propos de la note „Certaines propriétés topologiques des solutions des équations au paratingent”

Uwaga w związku z pracą „Pewne własności topologiczne rozwiązań równań paratyngensowych”

Заметка о работе „Некоторые топологические свойства решений паратингентных уравнений”

L'énoncé du théorème 2 bis de la Note [1], p. 72, contient l'hypothèse

$$\eta(P) = |P, T| > 0, \quad \text{pour} \quad P \in S',$$

équivalente à la condition que l'ensemble T soit fermé par rapport à l'ensemble Ω. Nous allons montrer par un exemple simple que cette hypothèse est essentielle.

Exemple. Admettons, tout en conservant les notations utilisées dans la note citée, que $\Omega = E_{2+1}$, que $M(P) = M$ est le champ constant des éléments linéaires parallèles à l'axe des t et que ω désigne l'intérieur du polyèdre ayant les sommets $P_1\ (3, 0, 0)$, $P_2\ (0, 0, -6)$, $P_3\ (0, 6, 3)$, $P_4\ (0, -6, 3)$, $P_5\ (0, -4, 2)$, $P_6\ (0, 4, 2)$ et $P_7\ (0, -1, -2)$, les faces triangulaires $P_1P_2P_3$, $P_1P_3P_4$, $P_1P_4P_2$, $P_1P_2P_5$, $P_1P_5P_6$, $P_1P_6P_7$ et $P_1P_7P_2$, et une face polygone $P_2P_3P_4P_2P_5P_6P_7P_2$ contenant le point $P_8\ (0, 0, -2)$ — figure. L'ensemble ω étant borné, il n'y a pas d'intégrales asymptotiques et nous pouvons admettre que l'ensemble U est vide.

Or, il n'est pas difficile de prouver que les domaines Ω et ω ainsi que le champ M jouissent de toutes les propriétés imposées dans l'hypothèse $\mathcal{H}$ (cf. [1], p. 65) à l'exception de la dernière, à savoir que l'ensemble T soit fermé. En particulier, la surface $\Phi = \text{Front}\ \omega = E + G + S$ est transversale au champ M, l'ensemble E de points d'entrée stricte se compose des faces ouvertes $P_1P_2P_5$, $P_1P_5P_6$, $P_1P_6P_7$, $P_2P_3P_4P_2P_5P_6P_7P_2$ et des arêtes P_1P_5,

P_1P_6, P_2P_5, P_5P_6, P_6P_7, l'ensemble S de points de sortie stricte se compose des faces restantes et des arêtes P_1P_2, P_1P_3 et P_1P_4, tandis que les arêtes P_2P_3, P_3P_4, P_4P_2, P_2P_7 et P_7P_1 forment l'ensemble G de points de glissement extérieur. L'ensemble S n'est homéomorphe à aucun domaine plan,

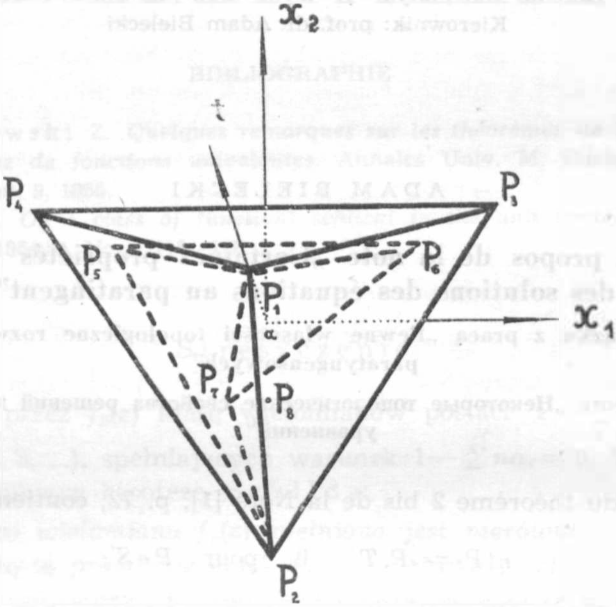

Fig. 1

puisqu'il contient trois faces (ouvertes) $\sigma_1 = P_1P_2P_3, \sigma_2 = P_1P_2P_4$ et $\sigma_3 = P_1P_2P_7$ adjacentes à la même arête $a = P_1P_2$. La face $P_1P_2P_5$ (ouverte), contenue dans E est aussi adjacente à cette arête et l'on a évidemment $\overline{T} - T = \bar{a}$, donc l'ensemble T n'est pas fermé. Enfin, il est facile de vérifier que l'ensemble ω est une sphère topologique.

Supposons maintenant que l'ensemble de points $S \times (0, 1)$ ait la même propriété et que H soit une homéomorphie transformant cet ensemble dans l'espace E_{2+1}. Les ensembles (sphères topologiques)

$$(\sigma_1 + a + \sigma_2) \times (0,1) \quad \text{et} \quad \sigma_3 \times (0,1)$$

se transforment en deux domaines ouverts et disjoints: Δ et Δ' et, en outre, le point, $(1, 0, -4, 1/2) \in a \times (0,1)$ se transforme en un point $P \in \Delta$. Mais ceci est impossible, car, évidemment $P \in \overline{\Delta'}$. Nous voyons ainsi que l'ensemble $S \times (0,1)$ ne peut pas être homéomorphe à ω et que, par conséquent, le théorème ne subsiste pas dans le cas envisagé. La condition que l'ensemble T soit fermé par rapport à Ω est essentielle.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Bielecki A., *Certaines propriétés topologiques des solutions des équations au paratingent*. Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska, **9**, 4, (1955), p. 63—79.

Streszczenie

Założenie, że $\eta(P) > 0$ dla $P \epsilon S'$ w wypowiedzi twierdzenia 2 bis w pracy [**1**], jest istotne, czego dowodzi prosty przykład, w którym obszar Ω jest całą przestrzenią trójwymiarową, obszar ω jest wielościenny i homeomorficzny z wnętrzem kuli, podczas gdy $M(P)$ jest stałym polem elementów liniowych równoległych do osi t. W przykładzie tym teza twierdzenia 2 bis nie sprawdza się mimo, że spełnione są wszystkie jego założenia z wyjątkiem co dopiero przytoczonego.

Резюме

Предположение, что $\eta(P)>0$ для $P \epsilon S'$, существенно в формулировке теоремы 2 bis в работе [**1**], что доказывает простой пример, в котором область Ω является всем трёхмерным пространством, область ω многогранна и является топологическим, открытым шаром, а притом $M(P)$ постоянное поле линейных элементов, параллельных к оси t. В этом примере теорема 2 bis неприменима, несмотря на то, что все остальные её условия исполнены — за исключением вышеприведённого.