Gajerski Korneliusz

Uczeń Szkoły Elementarnej w mie-
ście Pinczowie Oddziału III za pil-
ność w naukach i moralne po-
stępowanie zasłużył na Nagrodę
która mu się udziela.-

Pinczow d. 13/25 Czer: 1857 r

Opiekun Szkoły
A. Tomaszewski

POWIAT STOPNICKI SZKOŁA ELEM: W PIŃCZOWIE

Nauczyciel Religii
X Defler

Odbierający Nagrodę
Gajerski

Nauczyciel
Krapały

POPULARNY WYKŁAD

POCZĄTKÓW ARYTMETYKI.

Za pozwoleniem Cenzury Rządowéj.

W DRUKARNI POD FIRMĄ M. CHMIELEWSKIEGO.

POPULARNY WYKŁAD
POCZĄTKÓW ARYTMETYKI

Obejmujący:

LICZENIE, DZIAŁANIA NA LICZBACH CAŁKOWITYCH, WIADOMOŚĆ O MIARACH I WAGACH, DZIAŁANIA NA LICZBACH WIELORAKICH, I ZASTOSOWANIA DZIAŁAŃ ARYTMETYCZNYCH DO ROZWIĄZYWANIA ZAGADNIEŃ Z ŻYCIA POTOCZNEGO,

PRZEZ

A. BARCIŃSKIEGO.

Gajewski

W WARSZAWIE,

NAKŁADEM S. ORGELBRANDA KSIĘGARZA

PRZY ULICY MIODOWEJ Nro 496.

1843.

ROZDZIAŁ I.

O ZNAKACH LICZEBNYCH CZYLI CYFRACH.

Henryś razu jednego zapytał co to są liczby?

Moje dziecko, ciekawość twą pochwalam, zaspokoić ją pragnę, ale zarazem przestrzegam, że musisz cokolwiek bliżej zastanowić się nad rzeczą zupełnie od liczby różną, nim będziesz mógł pojąć co jest liczba.

W tym celu aby nie tylko Henrysia, ale inne dzieci, które do mnie zgromadziły się na naukę objaśnić; wydobyłem pudło, w którém były różne rzeczy, oświadczając: że to wszystko co się w niém znajduje stanie się ich własnością skoro w miarę zadawanych przezemnie pytań zręcznie i z uwagą odpowiadać będą.

Dzieci ciekawe były niezmiernie co się w pudle znajdowało i zarazem dowiedzieć się chciały (o czém przekonałem się z natężonéj ich uwagi) co by to pudło za związek miało z liczbami o których im mówić zamierzyłem. Odpakowawszy, wysypałem na stół wielki to wszystko co się w tém pudle mieściło — i

Co to jest? zapytałem:

Henryś odpowiada, różne rzeczy, i gruszki i śliwki i jabłka piękne.

— *Nie mógłbyś ty jednym wyrazem tego wszystkiego nazwać?*

To trudno, bo tu jest wiele różnych rzeczy.

Jestem pewny żeś nie raz ten wyraz słyszał?

O! nie wiem, do prawdy nie wiem, bobym go sobie od razu przypomniał.

— *A co są owoce?*

Owocami nazywają gruszki, jabłka, śliwki a że tu są te same przedmioty, więc to można nazwać wszystko owocami.

Dla czegóż je tak nazwać można?

Bo wszystkie te rzeczy są do siebie podobne i jednéj natury, gdyby tu były i kamienie, nie mógłbym powiedzieć że to są owoce, tylko powiedziałbym że są owoce i kamienie.

Gdybym zaś zapytał was, jakiego tu są rodzaju owoce?

— Odpowiedziałbym że są gruszki, śliwki i jabłka.

Z tego com dotąd od was słyszał wnieść można, że aby mieć wyobrażenie o razmaitych rzeczach trzeba koniecznie poznać dokładnie części z jakich się one składają. Części te zowią się jednostkami i tak: nikt z was nie będzie wiedział co są gruszki, jabłka, śliwki, jeżeli nie wie co jest jedna gruszka, jedno jabłko, jedna śliwka; jeżeli zaś gruszki będą różne, twarde i miękkie, soczyste i mączyste, słodkie i niedojrzałe, wówczas nie będziecie mogli żadnego z tych przymiotów dodać do tego wyrazu gruszka, któryby wam rzecz dokładnie malował, wyjąwszy różne co jest zbyt ogólne. Z tąd jeszcze możecie się przekonać dla czego ludzie kupujący gruszki, śliwki, jabłka, i t. p. rzeczy, dopytują się o ich przymioty. A przedający aby mogli naznaczyć cenę oddzielają gatunki od siebie, przez co sobie i nabywającym znacznie ułatwiają. Rzecz jakakolwiek z którą porównywamy inne rzeczy tego samego gatunku nazywa się jednostką a ich zbiór liczbą.

I tak, jedna gruszka zowie się jednością i pisze się I.

Dwie gruszki czyli II albo krócéj znak 2 mówi *się liczba dwa ezyli dwie jedności z których każda jest gruszką.*

Trzy gruszki, czyli III, *albo znak 3 mówi się trzy gruszki czyli trzy jedności z których każda jest gruszką.*

Cztery gruszek czyli IIII, *albo znak 4, oznacza cztery jedności*

Pięć gruszek albo IIIII *czyli znak 5.*

Sześć gruszek czyli IIIIII *albo znak 6.*

Siedm gruszek czyli IIIIIII *albo znak 7.*

Ośm gruszek czyli IIIIIIII *albo znak 8.*

Dziewięć gruszek czyli IIIIIIIII *albo znak 9.*

Widzicie więc dzieei moje że jest dziewięć znaków następujących.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
I.	II.	III.	IIII.	IIIII.	IIIIII.	IIIIIII.	IIIIIIII.	IIIIIIIII.
jeden,	dwa,	trzy,	cztery,	pięć,	sześć,	siedm,	ośm,	dziewięć.

Za pomocą których wszystkie bez wyjątku zbiory jedności, całą kulę ziemską składającc, oznaczyć potraficie.

Poznałyście już dotąd 24 liter i te wam wystarczyły do napisania tego wszystkiego o czém tylko pomyślić możecie, nie tylko wy ale wszyscy ludzie na ziemi, lecz jak ten co poznał litery, potrafił je pojedyńczo wymówić, musiał się koniecznie nauczyć je razem z sobą spajać, łączyć i formować wyrazy które są głosem wyrażającym pewien po-

myśl ludzki lub rzecz, jak nie dosyć było te wyrazy wymówić aby pojąć ich szereg pewien to jest mowę, ale trzeba było każdego w szczególności wartość czyli znaczenie poznać, tak również nie dosyć jest dziewięć znaków liczebnych umieć napisać i przeczytać, ale trzeba koniecznie mieć jasne wyobrażenie o ich względnéj wartości.

Każdy z was czuje to dobrze, że trzy gruszki a dwie nie jest toż samo.

— A jeżeli dwie, zapytał się Henryś są tak dobre i wielkie jak trzy to dwie będą równe trzem.

— *Sprawiedliwa twoja uwaga, ale wówczas jedna gruszka z dwóch i jedna z trzech nie jest to samo. Jednostki zatém nie są sobie równe i wówczas musiałbym powiedzieć dwie gruszki duże, równają się trzem mniejszym. Na moje więc wychodzi że do poznania dokładnego wartości liczb potrzebna jest znajomość dokładna jednostek z których te liczby się składają, jakoż trudność powyższego rozumowania zniknęłaby, gdybyś mi był pozwolił dokończyć. Powiedziałem bowiem że trzy gruszki a dwie nie jest to samo i chciałem dodać na ten przypadek, gdy te gruszki zupełnie są sobie równe i niczém się od siebie nie różnią, wówczas każdy z was wolałby trzy a niżeli dwie.*

Porównywać nie możecie z sobą tylko liczby takie których jedności są sobie równe. Dla tego *też ile razy słyszycie, że kto mówi na głos, dwa, pięć, sześć, pytacie zaraz czego dwa, czego pięć, a gdy chcecie te liczby których jednostek nieoznaczacie z sobą porównać, musicie koniecznie przypuścić, że ich jednostki niczém się od siebie nie różnią, w razie przeciwnym porównanie miejsca mieć nie może.*

Gdyście się nauczyły pisać i wymawiać te dziewięć znaków, które się jeszcze nazywają cyframi przejdziemy do wykrycia ich względnéj wartości, co inaczéj nastąpić nie może, jak tylko w skutku ich wzajemnego porównania.

W liczbach pytamy się tylko o ich wielkość w stosunku do innych. Porównywamy zaś wielkości liczb których jednostki niczém się nie różnią z sobą, w dwojaki sposób; albo dochodzimy ich różnicy i tak o ile 2, jest mniejsze od 6, lub o ile 6, większe od 2; albo dochodzimy ile razy jedna liczba mieści się w drugiéj np. ile razy 2 mieści się w 6, albo ile dwujek jest w 6.

W pierwszym przypadku, jeżeli dwie liczby są te same np. 2 i 2 takie niczem się nie różnią czyli inaczéj pierwsza od drugiéj, i druga od pierwszéj nie jest ani większa ani mniejsza. Jeżeli zaś dwie liczby są sobie nie równe, większa będzie ta co ma w sobie więcéj jedności, a mniejsza zaś która ma mniéj w sobie jedności;

np. 6 gruszek jest więcéj jak 2 gruszek gdy te gruszki są równe.

Liczby pojedyńcze tworzą się z dodania do siebie pojedyńczych jednostek np. dwa jest to samo, co jeden więcéj jeden, trzy jest to samo co jeden, więcéj jeden i więcéj jeden, albo toż samo, co dwa więcéj jeden, albo jeden więcéj dwa.

1 jeden, dołóżcie do tego gatunek każdéj rzeczy na świecie a będziecie mieli wszystkie jednostki, i tak: gruszka, jabłko, śliwka, ziemia, łokieć i t. d. *A liczby z oznaczonych ściśle jednostek złożone zowią się liczbami mianowanemi, np. 5 jabłek, 6 gruszek; jeżeli zaś w liczbie jakiéjkolwiek nie wymieniamy gatunku jednostek ją składających, tylko po prostu mówimy lub piszemy 5, 6, 7, i t. d. takie liczby których jednostki nie są oznaczone, zowią się ogólne inaczéj oderwane.*

2 dwa, składa się z dwóch jedności czyli jest to samo co jeden, więcéj jeden, a zatém dwa od jednego jest o jeden większe, albo jeden w dwóch mieści się dwa razy i tak macie dwie gruszek.

Ile razy sięgnąć musisz Henrysiu ręką, abyś po jednéj biorąc gruszce wziął je obie?

Dwa razy! krzyknął i pokazał, raz, zabrał jednę, drugi raz drugą, a że po jednę gruszkę sięgnął ręką raz a po dwie dwa razy, więc 2 od jednego jest dwa razy większe.

3 *trzy*, składa się z trzech jedności czyli jednostek, lub liczba trzy jest to samo, co jeden więcéj jeden, więcéj jeden, a zatém trzy jest o dwa większe od jednego i przeciwnie jeden od trzech jest o 2 mniejsze, bo gdy jednemu z was dam 2 gruszki i drugiemu jednę, *ile piérwszy ma mi oddać aby miał tož samo co drugi?*

Jednę gruszkę.

Trzy więc składa się prócz tego z dwóch więcéj jeden, lub jeden więcéj dwa, a zatem gdy Henryś ma trzy gruszek, Ludka dwie, a Włodzio jednę.

Ile Henrysiu trzeba ci odebrać abyś miał tyle co Ludka?

Jednę gruszkę.

A zatém Henryś ma więcéj od Ludki o jednę gruszkę. A ile powinien wziąć od ciebie, abyś miał tyle co Włodzio?

Dwie gruszek.

Więc o te dwie gruszek masz więcéj jak Włodzio.

Powiedz mi Henrysiu o ile gruszek masz więcéj od Ludki?

O jednę.

A o ile więcéj od Włodzia.

O dwie gruszek.

Któż ma najmniéj?

Włodzio.

A najwięcéj?

Ja.

Jakżebyś zrobił żebyście wszyscy równo mieli?

A to bardzo łatwo, odezwał się Henryś, jak oddam jednę gruszkę będę miał dwie, a zatém tyle co Ludka, a moją trzecią gruszkę odstąpię Włodziowi to i on będzie miał dwie, wszyscy zatém będziemy mieli równo po dwie.

Otóż dzieci moje macie to trzy gruszek.

Ile razy sięgniesz moja Ludko ażebyś za każdym razem wzięła po jednéj gruszce?

Ludka sięgnęła ręką i wzięła jednę gruszkę, sięgnęła drugi raz i wzięła drugą gruszkę, sięgnęła trzeci raz i wzięła trzecią gruszkę a że nic się niepozostało, odpowiedziała, iż aby wziąć trzy gruszek trzeba sięgnąć trzy razy, aby za każdym razem mieć tylko jednę, ztąd też wypada, że trzy gruszek jest trzy razy więcéj a niżeli jedna, przeciwnie jedna jest trzy razy mniéj a niżeli trzy gruszek, jedna więc gruszka w porównaniu do trzech takich samych gruszek jest trzecią częścią. Trzema gruszkami można obdzielić trzy osoby.

Ile razy mogłabyś sięgnąć chcąc wziąć po dwie gruszki, i czyli byś mogła wszystkie zabrać?

Oto raz dwie wzięłam, zostaje jedna, a że ja nie mogę inaczéj brać jak po dwie, więc téj jednéj wziąć nie mogę, powiem zatem że dwie gruszki mieszczą się tylko raz w trzech gruszkach i na resztę pozostaje jedna.

Poznaliście dotąd trzy liczby 1. 2. 3. wiecie już jakie są ich własności, spodziewam się że o reszcie znaków liczebnych już sami będziecie mi mówili.

Co jest cztéry?

Cztéry jest to samo co jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, i jeszcze więcéj jeden, i tak do jednéj gruszki dodawszy jednę będzie dwie, do dwóch dodawszy jednę będzie trzy, a do trzech dodawszy jednę, będzie cztéry.

Na jakie liczby mógłbyś rozłożyć te 4 gruszki Henrysiu?

Najprzód 1 gruszka, a potém razem trzy 3, będzie cztéry 4.

Drugi raz 2 gruszki, a potém razem dwie będzie także 4.

Trzeci raz trzy gruszek, a potém jedna, będzie znów 4 gruszek.

Z tego przekonywacie się, że jedna gruszka od 4 gruszek jest o 3 gruszek mniej, że dwie gruszek względem cztérech jest połową, że 3 gruszek od 4ch jest mniej o jednę gruszkę.

A ile też razy musiałbyś sięgnąć po te gruszki cztéry leżące na stole, abyś biorąc po jednéj wszystkie zabrał?

Cztéry razy i tak, raz, mam jednę drugi raz, mam już dwie, trzeci raz mam trzy, czwarty raz mam ich cztéry, a zatém wszystkie.

Gdyby Ludka miała jednę gruszkę do wzięcia a ty Henrysiu cztéry, ale za każdym razem po jednéj ile razy więcéj byś sięgnął ręką od Ludki?

Naturalnie że cztéry, a zatém cztéry gruszek równych od jednéj jest cztéry razy więcéj.

A gdybyś miał brać za każdym razem po dwie gruszek, ile razy byś sięgnąć musiał abyś wziął te cztéry gruszek.

Dwa razy rzekł Henryś, jakoż biorę teraz dwie i sięgnąłem raz, pozostało dwie; sięgam drugi raz i nic nie pozostaje.

Gdybyś więc miał podzielić cztéry gruszek między was dwoje, po ile by się dostało każdemu, abyście niemieli krzywdy.

Po dwie.

— *A gdyby trzeba dać każdemu dziecku po jednéj gruszce, a jest tych gruszek cztéry, ile powinno być dzieci?*

Czworo, odpowiedział Henryś. Dobrze moje dziecko widać że rzecz rozumiesz.

A czybyś mógł równo i bez rozkrajania t cztéry gruszki podzielić między trzech?

Niepodobna i tak: Włodzia, masz jednę gruszkę, Ludko drugą; a ty Cesiu trzecią, wydałem trzy gruszek i każde ma równo, a mnie pozostała ostatnia, to jest czwarta, gdybym ją dał Włodziowi, toby krzywda była dla Ludki i Cesi boby one miały po jednéj a Włodzio miałby dwie, toż samo gdybym ją dał Ludce skrzywdziłbym Włodzia i Cesię, słowem że nie można bez pomocy noża podzielić równo czterech gruszek, między trzy osoby.

A jakżebyś podzielił za pomocą noża?

Oto tak, dzielę gruszkę na trzy części równe i daję jednę część Włodziowi, drugą Ludce, trzecią Cesi, wszyscy więc mają równo, bo piérwszy ma jednę gruszkę całą i trzecią część drugiéj, druga ma jednę gruszkę i trzecią część drugiéj, trzecia toż samo jednę gruszkę całą i trzecią część drugiéj.

A gdybyś na powrót chciał złożyć tę liczbę cztéry cobyś zrobił?

Ponieważ każde z trojga ma po jednéj gruszce i jeszcze do tego po jednéj trzeciéj części gruszki drugiéj, a zatém trzebaby sięgnąć po gruszkę i trzecią część gruszki, aż trzy razy żeby im wszystko odebrać, jakoż jak wezmę trzy razy po jednéj gruszce, będę miał gruszek — 3.
Jak wezmę trzy razy po trzeciéj części gruszki, będę miał jednę gruszkę całą, bo całą gruszkę rozkroiłem na trzy części równe a więc biorąc te trzy części to jest to samo co całą gruszkę . . . . 1.

Razem 4.

5 *Pięć*, jest to samo co jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden. Bo jeden więcéj jeden daje dwa, dwa więcéj jeden daje trzy, trzy więcej jeden daje cztéry, cztéry więcéj jeden, daje pięć. Liczbę zatém pięć czyli 5, można rozłożyć na następujace:

4 i 1 razem 5.
3 i 2 razem 5.
2 i 3 razem 5.
1 i 4 razem 5.

Macie tu po pięć gruszek, i rozkładajcie je na te liczby pojedyncze.

Dzieci wzięły się do roboty na wyścigi—i układały wskazane liczby przez co dobrze sobie wbiły w pamięć układ i naturę liczb.

Cesiu powiedz mi ile razy byś sięgnęła ręką po te pięć gruszek biorąc za każdym razem po gruszce abyś je wszystkie zabrała?

Pięć razy, i tak sięgam, raz i już biorę jednę gruszkę, drugi raz drugą gruszkę, trzeci raz trzecią gruszkę, czwarty raz czwartą gruszkę, piąty raz, mam ich już pięć, czyli wszystkie.

Cóż z tego wnosisz?

Z tego wnoszę, że pięć razy więcéj czasu potrzebuję, abym wzięła pięć gruszek, za każdym razem biorąc po jednéj, aniżeli gdybym wzięła wszystkie od razu, ztąd jeszcze wypada, że pięć gruszek znaczy pięć razy więcéj aniżeli jedna:

A biorąc po dwie na raz czybyś mogla wszystkie zabraé?

Sprobuję odpowiedziała Cesia: biorę dwie, zostaje mi trzy, biorę drugi raz dwie zostaje mi jedna, a zatém podług warunku danego nie mogę téj ostatniéj wziąć; w pięciu więc jest dwujek czyli par dwie i jedna pojedyncza gruszka, ztąd jeszcze wnoszę, że pięciu gruszek nie mogę na trzy części równe bez krajania podzielić, bo jak dam Ludce, Włodziowi i Henrysiowi po jednéj gruszce to wydam trzy, a zostanie mi dwie, gdybym zaś z tych dwóch jednę dała Henrysiowi a drugą Włodziowi, skrzywdziłabym Łudkę bo pierwsi mieliby po dwie a Ludka jednę. ale ja wiem jak sobie poradzę, podzielę jednę gruszkę na trzy części równe. podzielę gruszkę drugą także na trzy części równe i dam naprzód z jednéj gruszki każdemu po części, i z drugiéj każdemu po części, a tak razem będą mieli po całéj jednéj gruszce i po dwie równe części gruszki czyli po dwa kawałki, których każdy jest trzecią częścią gruszki, odebrawszy więc każdemu po gruszce będzie trzy całych gruszek, odebrawszy każdemu po dwa kawałki, będzie kawałków 6, a że tych trzy idzie na jednę gruszkę, więc 6 kawałków znaczy to samo co 2 gruszek które z całemi czynią 5.

A jakbyś podzielila Ludko pięć tych gruszek między Henrysia i Włodzia?

Dam naprzód po gruszce, zostaje mi trzy widzę że im dać mogę jeszcze po jednéj, będą więc mieli po dwie, a mnie zostanie jedna; nie mogę więc mieć z podziału równego całych gruszek, trzeba więc tę jeszcze gruszkę podzielić na połowę, przekroję ją równo i dam Włodziowi połówkę a Henrysiowi drugą połówkę, mnie zaś nic się nie zostanie z pięciu gruszek, a oni oby-dwa będą mieli po 2 gruszki i pół gruszki. Połowa więc z 5 gruszek jest dwie i pół gruszek.

Na ciebie koléj Włodziu, podziel mi pięć gruszek na cztéry części równych.

I tego nie można bez krajania uskutecznić bo *np.* jak dam każdemu po jednéj gruszce zostanie mi jedna, którą muszę rozkrajać na dwie połówki a każdą połówkę podzielę na dwie części równe, będę miał ćwiartek cztéry i dopiéro każdemu dodam do jednéj gruszki ćwiartkę czyli czwartą część, co uczyni razem dla każdego gruszkę i ćwiartkę co zebrawszy razem, będę miał całych gruszek cztéry i cztéry ćwiartki gruszek czyli gruszkę jednę z cztérech równych kawałków złożoną.

Pięć gruszek można dzielić bez krajania na 5 równych części czyli przez 5 albo na pięciu i każdy będzie miał po gruszce całéj.

Porównajmy teraz z sobą liczby 5, 4, 3, 2, 1.

I tak 5 od 4 jest o jedność większe to jest, iż trzeba jeden dodać do czterech i będzie i tu pięć i tu pięć; albo od p-ęcin ująć jeden i tu będzie cztery i tu cztery.

Powtóre. Pięć od trzech jest o dwa większe to jest iż potrzeba albo od pięciu ująć dwa i pozostanie tu trzy równe trzém, albo trzeba do tych gruszek doda dwie, a będzie i tu pięć i tam pięć.

Potrzecie. Pięć od dwóch gruszek jest o trzy gruszki więcéj, to jest iż albo trzeba od pięciu ująć trzy gruszek to będziecie mieli i tu 2 i tam 2 albo do dwóch dołożyć trzy, a będzie i tu pięć i tam pięć.

Poczvarte. Pięć od jednéj gruszki jest o 4 gruszki więcéj, to jest iż albo trzeba od pięciu ująć cztéry a będzie i tu jedna gruszka i tu jedna, albo trzeba dołożyć do jednéj gruszki cztéry gruszek i będzie i tu pięć i tam pięć.

Po piąte. Pięć od żadnéj gruszki jest o 5 gruszek więcéj, to jest iż trzeba temu co nic niema albo dać pięć gruszek i piérwszy i drugi będzie miał po pięć, albo trzeba piérwszemu odebrać pięć gruszek a wtedy i piérwszy i drugi nic nie będą mieli, a zatém równo.

Weźmy teraz liczbę następującą 6 sześć. Czyli jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden; bo jeden więcéj jeden daje dwa, dwa więcéj jeden, daje trzy, trzy więcéj jeden daje cztéry, cztéry więcéj jeden daje pięć, pięć więcéj jeden daje sześć, a zatém 6 składa się z 5 więcéj 1, albo 4 więcéj 2, albo 3 więcej 3, albo 2 więcéj cztéry, albo 1 więcéj 5. Gdy więc naocznie niejako dzieci przekonały się z jakich liczb dotąd im dobrze znanych, można złożyć liczbę sześć przechodziłem z niemi dalsze téj liczby własności.

I tak: *Ile razy sięgnąć po te gruszki aby biorąc po jednéj można je wszystkie zabrać?*

Odpowiedziano mi że sześć razy i pokazano, zląd wniesiono że liczba 6, od jedności jest 6 razy większa, i że 6 od 1, tylko o 5 jest większe to się znaczy że od piérwszéj trzeba ująć 5, aby druga liczba była równa piérwszéj i przeciwnie do jednego trzeba dodać pięć, aby druga liczba stała się równa piérwszej.

Ile razy Włodziu sięgnąć trzeba aby sześć tu leżących gruszek zabrać, biorąc za każdym razem po 2 gruszek.

Włodz: Biorę teraz dwie, pozostaje cztéry, biorę jeszcze raz dwie pozostaje dwie, biorę ostatnie dwie i nic nie masz na stole; a zatém trzeba trzy razy sięgnąć, aby zabrać wszystkie gruszki czyli że par gruszek jest trzy, można zatém sześć gruszek podzielić między trzy osoby, dając każdéj po dwie gruszek; czyli że sześć da się podzielić na 3 części równe.

A ile razy byś sięgnął biorąc za każdym razem po trzy.

Wł: Trójek w 6 jest dwie, bo biorąc raz po trzy pozostaje jeszcze trzy, biorąc drugi raz trzy i nic nie pozostaje, a zatém trójek groszek w sześciu gruszkach jest dwie, czyli że sześć gruszek dzieląc na dwie części równe, każda część będzie się składała z trzech gruszek.

A mógłbyś podzielić 6 gruszek między 4 osoby równo?

Najprzód dałbym każdéj osobie po jednéj gruszce, zostałoby mi się jeszcze dwie, a ponieważ dwa jest mniéj jak 4, więc bez krajania nie mogę tych dwóch pozostałych gruszek podzielić. Abym więc krzywdy nie zrobił, podzieliłbym jednę gruszkę na 4 ćwiartki równe, i drugą gruszkę na 4 ćwiartki równe i dałbym każdéj z tych osób po dwie ćwiartki, przeto każda z nich miałaby po jednéj gruszce i jeszcze po dwie ćwiartki.

A powiedz mi jaką to częścią są dwie ćwiartki względem całéj gruszki?

Połową.

Czyliż więc potrzebnie dzieliłeś na cztery części równe każdą gruszkę?

Nie.

Cóż byś więc mógł zrobić.

Oto zamiast na 4 części każdą gruszkę dzielić, podzieliłbym jednę gruszkę na połowę i drugą na połowę, dodałbym każdej osobie po połówce co będzie to samo co po dwie ćwiartki, a przeto umniejszyłbym sobie niepotrzebnéj pracy.

Dobrze mówisz mój Włodziu, ale jakżebyś się wziął do podziału 6 gruszek między 5 osób i to równo.

Dałbym naprzód każdéj po jednéj całéj gruszce i zostałaby mi się jedna, tę jednę rozkroiłbym na 5 części równych i przydałbym każdéj osobie po jednéj takiéj części. Wskutek czego, każda z nich miałaby po jednéj całéj gruszce i po jednéj piątéj części gruszki. Gdybym zaś im to co dałem odebrał, miałbym na powrót 5 całych gruszek i pięć kawałków, które pochodząc z jednéj całéj gruszki dałyby mi szóstą gruszkę czyli to co miałem wprzód.

Liczba zatém sześć jak to dobrze uważaliście, da się dzielić w całości bez krajania na 2 i 3 części równych, nie da zaś dzielić się ani na 4, ani na 5 części równych, bez pomocy noża.

Weźmy teraz następną liczbę 7 siedm. Jest to samo co jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden; bo jeden więcéj jeden daje dwa, dwa więcéj jeden daje trzy, trzy więcéj jeden daje cztery, cztery więcéj jeden daje pięć; pięć więcéj jeden daje sześć, sześć więcéj jeden daje siedm; liczba więc siedm, składa się z 6 więcéj 1, 5 więcéj 2, lub z 4 więcéj 3, lub z 3 więcéj 4, lub 2 więcéj 5, lub 1 więcéj 6. Rozkładajcie te siedm gruszek, które na stole macie, na liczby powyższe i piszcie je na tablicy.

Gdy już dostatecznéj dzieci nabrały wprawy w rozkład téj liczby zastanawiałem ich umysł nad rozpoznawaniem szybkiém o ile 7 jest większe od 6, 5, 4, 3, 2, 1 i 0.

Daléj zapytałem Henrysia ile razy sięgnąłby ręką po te siedm gruszek aby biorąc po jednéj, zabrał je wszystkie?

Uradowany chłopczyna, odpowiedział. Aby zabrać te gruszki podług warunku piérwszego, muszę sięgnąć razy siedm, czyli siedm razy rękę wyciągnąć, biorąc jednę gruszkę po drugiéj i licząc ile ich wziąłem a ile mi się jeszcze pozostało. Następnie biorąc po dwie gruszek, muszę sięgnąć trzy razy i tym sposobem wezmę ich 6 a jedna pozostanie; ztąd widzę że w 7, jest tylko *par trzy* i jedna gruszka pojedyncza czyli że 7 gruszek nie mogą być podzielone na trzy części równe bez krajania, gdybym zaś chciał równo podzielić między trzy osoby, musiałbym dać każdéj po dwie gruszek całych, a ostatnią rozkrajać na trzy kawałki równe i dołożyć każdéj osobie po jednym takim kawałku. Każda więc z tych trzech osób miałaby po 2 gruszek i trzecią część gruszki; a dwie osoby razem miałyby 4 gruszek całych i 2 trzecich części, czyli 2 kawałki — wszystkie zaś miałby 6 gruszek całych i siódmą z trzech kawałków złożoną.

Tych 7 gruszek również nie można podzielić między dwie osób rowno bez krajania, bo w 7 jest dwie trójek czyli 6 więcej jeden, a zatém dałbym każdéj osobie po 3 gruszek, a pozostałą rozkrajałbym na dwie połówki i dołożyłbym każdéj z osób po połówce. Z tego się przekonywam że połowa 7miu jest 3 i pół. Siedm gruszek nie może być podzielone między 4 osoby bez krajania, bo dając każdéj po jednéj, wydam 4 a zostanie mi się trzy, których bez pomocy noża trudno podzielić. Kraję więc każdą gruszkę na połowę, i będę miał z 3ch gruszek całych 6 połówek, dając każdéj osobie po połówce wydam 4 połówki i zostanie mi 3 połówek; a że jest 4 osób do podziału więc każdą połówkę dzielę na 2 części równe, czyli na ćwiartki, będę ich miał 4 i przydam każdéj osobie po ćwiartce gruszki. Każda osoba będzie miała po 1 całéj gruszce, po połówce i po ćwiartce gruszki, a że połowka jest to samo co dwie ćwiartek, przeto każda osoba mieć będzie po całéj gruszce i 3 ćwiartek. Gdy zaś im to co dałem odbiorę, będę miał na powrót, cztéry całych gruszek — i pewną liczbę ćwiartek, — lecz ile, to tego nieumiem jeszcze zliczyć, ale ja sobie poradzę; —

wezmę od każdéj osoby po ćwiartce, będę miał 4 ćwiartki czyli całą gruszkę; a u każdéj z osób zostanie się jeszcze po 2 ćwiartek — odbiorę im jeszcze po ćwiartce i zrobi się druga gruszka cała, odbiorę nakoniec ostatnią ćwiartkę od każdéj i otrzymam trzecią gruszkę. A że odebrałem niepokrajanych 4 gruszek, z pokrajanych zrobiło się trzy, razem mam 7.

Liczbę siedm gruszek, chcąc podzielić między 5 osób równo, trzeba każdéj dać po jednéj całéj gruszce, a pozostałe dwie podzielić każdą na 5 części równych i dać każdéj osobie z jednéj gruszki po jednéj części, z drugiéj gruszki także po jednéj, będą więc miały po jednéj gruszce całéj i po dwa kawałki, z których każdy będzie piątą częścią gruszki.

Aby 7 gruszek podzielić między 6 osób, trzeba każdéj dać po gruszce całéj, a pozostałą siódmą podzielić na 6 kawałków równych i przydać każdéj osobie po jednym kawałku czyli po szóstéj części gruszki.

Tu równie jak we wszystkich podobnych przypadkach, nauczyciel winien pytać się dzieci, ile będzie gruszek dodając razem to co wzięły 2, 3, 4, 5 i t. d. osób.

Nakoniec chcąc podzielić 7 gruszek między siedm osób, trzeba dać każdéj po jednéj gruszce.

Z tego co poprzedziło, przekonywamy się że liczba 7, nie da się dzielić w całych jednostkach ani na 2, ani na 3, ani 4, ani na 5, ani na 6, ani na 7 równych części.

8 ośm. Jest to samo co jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden. Bo jeden więcéj jeden daje dwa, dwa więcéj jeden daje trzy, trzy więcéj jeden daje cztéry, cztéry więcéj jeden daje pięć, pięć więcéj jeden daje sześć, sześć więcéj jeden daje siedm, siedm więcéj jeden daje ośm. A zatém liczba ośm 8, może być rozebrana na następujące.

1 więcéj 7, 2 więcéj 6, 3 więcéj 5, 4 więcéj 4, 5 więcéj 3; 6 więcéj 2, 7 więcéj 1. Można jeszcze tę liczbę 8 złożyć z trzech liczb i tak: 1 więcéj 2 więcéj 5, 1 więcéj 3 więcéj 4, 1 więcéj 4 więcéj 3, 1 więcéj 5 więcéj 2, 1 więcéj 6 więcéj 1, 2 więcéj 3 więcéj 3, 2 więcéj 4 więcéj 2, 2 więcéj 5 więcéj 1, 3 więcej 6 więcéj 1. Wszystkie zaś inne kombinacye byłyby powtórzeniem tychże samych liczb w innym porządku. Tak rzecz wyłożywszy dałem im ośm gruszek i takowe rozkładać na powyższe liczby poleciłem, a że to zatrudnienie ich bawiło przeto z ochotą tém się zajęły.

Tu zadawałem im pytania o ile 8 gruszek jest większe od 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

Każde z dzieci na to odpowiedziało z łatwością, że 8 od 7 jest tylko o jednę gruszkę więcéj, 8 od 6 większe jest o dwie gruszek, 8 od 5 o 3 gruszek, 8 od 4 o 4 gruszek i t. d.

Włodziu, ile razy musisz ręką sięgnąć, abyś biorąc po jednéj gruszce za każdym razem zabrał je wszystkie?

— 8 razy odpowiedział i pokazał mówiąc, sięgnąłem raz i mam jednę gruszkę a 7 się pozostaje, sięgnąwszy drugi raz będę miał dwie gruszek a sześć się pozostanie, sięgnę trzeci raz będę miał trzy gruszek, a 5 się pozostanie, sięgnąwszy czwarty raz będę miał cztéry gruszek a pozostanie 4, sięgnąwszy piąty raz będę miał pięć gruszek a 3 pozostanie, sięgnąwszy szósty raz będę miał sześć gruszek a 2 pozostanie, sięgnąwszy siódmy raz będę miał siedm gruszek a tylko jedna z 8 pozostanie, sięgnąwszy ósmy raz będę miał ośm gruszek i nic nie pozostanie z ośmiu, czyli zabrałem wszystkie.

Z tego przekonywacie się, że 1 od 8 wziąwszy pozostanie 7, czyli 1 od 8 odjąwszy reszta będzie 7; 2 od 8 odciągnąwszy pozostanie 6, 3 od 8 pozostanie 5, 4 od 8 pozostanie 4, 5 od 8 pozostanie 3, 6 od 8 pozostanie 2 7 od 8 pozostanie 1, 8 od 8 nic. A zatém odciągać jest to brać pewną liczbę czegokolwiek z danéj liczby tejże saméj rzeczy. Po odciąganiu czyli po wzięciu, albo się nic nie zostanie gdy wszystko biorę, albo się co zostanie gdy mniéj biorę jak było.

A ile razy byś musiał sięgnąć abyś biorąc za każdym razem po dwie gruszek, wziął je wszystkie ośm?

Zaraz sprobuję rzekł Włodzio raz dwie, pozostało 6, drugi raz dwie będę miał 4 i pozostanie 4, trzeci raz 2 będę miał 6 a pozostanie 2, czwarty raz 2, będę miał ośm i nic nie pozostanie, a zatém muszę sięgnąć razy cztéry abym biorąc po dwie gruszek zabrał je wszystkie ośm, ztąd wnoszę że 4 razy po 2 gruszek daje 8 gruszek, albo też 8 gruszek dzieląc równo między cztéry osoby, każda będzie miała po 2 gruszek.

Biorąc zaś za każdym razem po 3 gruszek, za drugiém wyciągnieniem ręki miałbym ich 6 i pozostałoby 2, a zatém nie mógłbym podług tegò warunku wszystkich zabrać. Gdybym zaś chciał podzielić ośm gruszek między trzy osoby dałbym każdéj po 2 gruszek, musiałbym zatém z 8miu gruszek wziąć 6 i pozostałoby mi 2 z których każdą podzieliłbym na 3 części równe i rozdałbym z piérwszéj gruszki po jednym kawałku z drugiéj także po jednym kawałku, każda więc osoba miałaby po 2 gruszki całe i po 2 kawałki czyli po 2 trzecich części.

Odebrawszy im na powrót to co im dałem, miałbym 6 gruszek całych i 6 kawałków, a że z 3ch kawałków utworzyłbym na powrót jednę gruszkę z 3ch drugich drugą gruszkę miałbym więc razem 6 gruszek całych i dwie z kawałków złożoną.

Ośm gruszek między dwóch bardzo łatwo podzielić, bo dałbym jednéj osobie 4 gruszek drugiéj 4 i nieby się nie pozostało, a zatém 2 razy po 4 gruszki daje 8 gruszek, i 8 gruszek podzielone między 2 osoby daję każdéj po 4 gruszek.

Ośm gruszek podzielić między pięć osób równo, dam każdéj po jednéj gruszce całéj, wydam więc 5 gruszek całych, a każdą z trzech pozostałą podzielę na pięć części równych i przydam każdéj osobie z piérwszéj gruszki piątą część, z drugiéj gruszki piątą część, z trzeciéj także piątą część, każda zatém osoba będzie miała po 1 gruszce całéj i po trzy kawałki czyli po trzy piąte części.

Odebrawszy zaś od nich to co im dałem, będę miał napowrót 8 gruszek, naprzód 5 całych gruszek i kawałków o to tyle (co pokazał) biorę naprzód 5 kawałków i mam jednę gruszkę, drugie pięć i mam drugą gruszkę, trzecie pięć kawałków i mam trzecią gruszkę, a zatém z kawałków zrobiło się 3 gruszek a było całych 5, razem 8.

Aby podzielić 8 gruszek między 7 osób dam każdéj osobie po 1 gruszce, pozostanie mi jedna i tę rozkroję na 7 kawałków równych i przydam każdéj osobie po kawałku, będą więc miały po 1 gruszce i po kawałku gruszki. Odebrawszy im będę miał 7 gruszek i ósmą złożoną z 7 kawałków czyli razem 8.

Ośm gruszek między sześć osób podzielić można dając każdéj po jednéj gruszce całéj, pozostałe dwie, chcąc rozdzielić między sześć podzielę jednę gruszkę na 6 równych części i drugą gruszkę na 6 równych części, przydam po takich kawałków dwa każdéj osobie.

Czyliby nie można te gruszki inaczéj podzielić?

Czemu nie, dałbym jednę gruszkę na trzech i drugą na trzech, to jest podzieliłbym jednę gruszkę na 3 części równe i drugą gruszkę na 3 części równe, miałbym 6 kawałków i po jednym takim kawałku dałbym każdéj osobie, wprzód miały po dwa kawałki a teraz mają po jednym kawałku, ale te kawałki są tak wielkie jak pierwsze, w pierwszym razie miały po 2 szóste części, a teraz po jednéj trzeciéj.

9 Liczba dziewięć. Jest to samo co jeden więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden, więcéj jeden. Bo jeden więcéj jeden czynią dwa, dwa więcéj jeden czynią trzy, trzy więcéj jeden toż samo co 4; 4 więcéj 1 czynią 5, 5 więcéj 1 czynią 6, 6 więcéj 1 czynią 7, 7 więcéj 1 czynią 8, 8 więcéj 1 czynią 9.

Z tych pojedyńczych gruszek jakie możecie uformować liczby, zapytałem dzieci?

Henryś wziął się do roboty i układał je osobno po jednéj mówiąc że z liczby dziewięciu gruszek, można otrzymać dziewięć jedności i takowe na tablicy napisał, brał potém po dwie gruszek uformował cztéry pary i pozostała jedna gruszka, napisał więc tak: 2, 2, 2, 2, 1, co razem nie może więcéj uczynić jak 9, daléj kładł po trzy i znalazł trojek 3 w 9 gruszkach i napisał, że 9 jest to samo co 3, 3, 3, czyli trzy razy po trzy czyni 9.

Następnie wziął na każdą kupkę po 4 gruszek zrobił z 9 gruszek dwie kupki i pozostała mu kupka jedna, i napisał 4, 4, 1, co razem czyni 9.

Daléj brał kupkę jednę po 5 gruszek i wiedział że z 9 gruszek można zrobić tylko jednę kupkę pięcio-gruszkową a drugą cztéro-gruszkową, ztąd wniósł że liczbę dziewięć można rozłożyć na dwie liczby to jest 5 i 4.

Gdy zaś brał na każdą kupkę po 6 gruszek, zrobił jednę kupkę 6-gruszkową a drugą 3-gruszkową i przekonał się, że liczba 9 da się rozłożyć na sześć i trzy.

Gdy brał 7 gruszek na kupkę, mógł tylko jednę kupkę ułożyć i dwie gruszek mu się zostało. Ztąd wniósł, że liczba 9 składa się z dwóch liczb to jest 7 i 2.

Nakoniec biorąc na kupkę 8 gruszek, pozostała mu jedna. A zatém 9 może być rozebrane na dwie liczby 8 i 1. Wreszcie gdy wziął 9 gruszek biorąc po jednéj, zabrał je wszystkie, ułożył ztąd kupkę dziewięcio - gruszkową.

Z tego rozkładu gruszek 9 na kupki doszły, że 9 nie da się bez krajania podzielić na części równych 2, 4, 5, 6, 7, 8, ale da się rozdzielić na 3 części równe i każda część będzie miała po 3.

Tu kolejno dzieciom trzeba zadawać pytania, jakby podzielić 9 gruszek między 2, 4, 5, 6, 7, 8 osób w sposób dotąd wskazany.

Pojedyncze znaki liczebne zowią się inaczéj cyframi, tych jest dziewięć, które już dostatecznie poznaliśmy.

ROZDZIAŁ II.

O LICZENIU.

Gdy już dzieci poznały dziesięć znaków liczebnych, wypadało im wytłómaczyć w dalszym ciągu własności niektóre wszystkich innych liczb i podać zarazem sposoby ich pisania i wymawiania.

Do 9 jednostek przydawszy jednę jeszcze jednostkę, otrzymujemy dziesięć, co inaczéj zowie się dziesiątkiem.

Do jednostki zaś obejmującéj w sobie dziesięć jednostek pojedyńczych czyli do dziesięciu przydawszy jeden, będzie dziesięć więcéj jeden czyli jedynaście; przydawszy dwa, będzie dziesięć więcéj dwa czyli dwanaście; przydawszy trzy, będzie dziesięć więcéj trzy czyli trzynaście; przydawszy cztéry, będzie dziesięć więcéj cztéry czyli czternaście; przydawszy pięć, będzie dziesięć więcéj pięć czyli piętnaście; przydawszy sześć, będzie dziesięć więcéj sześć czyli szesnaście; przydawszy siedm, będzie dziesięć więcéj siedm czyli siedmnaście; przydawszy ośm, będzie dziesięć więcéj ośm czyli ośmnaście; przydawszy dziewięć, będzie dziesięć więcéj dziewięć czyli dziewiętnaście; przydawszy dziesięć, będzie dziesięć więcéj dziesięć, czyli dwarazy dziesięć, czyli dwadzieścia.

Do wyrażenia wszystkich powyżéj wymienionych liczb, zgodzono się używać dwóch znaków, ale w ten sposób aby liczba dziesiatków była napisana po lewéj ręce, a liczba wyobrażająca jednostki proste po prawéj. — I tak w dziesięciu jest tylko dziesiątek jeden, a nie masz jednostek zwyczajnych, napiszemy więc tak 10 gdzie jeden po lewéj ręce napisane oznacza dziesiątek, a 0 wskazuje że nie masz jednostek prostych. Podobnież jedynaście, pisze się 11, piérwsze jeden znaczy dziesiątek a drugie jeden, jednostkę prostą.

Dwanaście, inaczéj 12, 1 oznacza jeden dziesiątek a 2, dwie jedności.

Trzynaście inaczéj 13, 1 oznacza jeden dziesiątek, a 3, trzy jedności prostych.

Czternaście pisze się inaczéj tak 14, gdzie znowu 1, oznacza dziesiątek jeden, a 4, cztéry jedności proste; w taki sam sposób pisze się piętnaście 15, szesnaście 16, siedmnaście 17, ośmnaście 18, dziewiętnaście 19; dwadzieścia zaś składa się z dwóch dziesiątków okrągło; chcąc więc tę okoliczność wyrazić piszemy tak 20; gdzie 2 wyraża dwie jednostki dziesiątkowe, a 0 tylko nam przypomina że w danéj liczbie nie masz jednostek prostych.

Do dwudziestu dołożywszy, jeden, dwa, trzy, cztéry, pięć, sześć, siedm, ośm i dziewięć, będziemy mieli dwadzieścia jeden czyli 21; dwadzieścia dwa czyli 22; dwadzieścia trzy czyli 23; dwadzieścia cztéry czyli 24; dwadzieścia pięć czyli 25; dwadzieścia sześć czyli 26; dwadzieścia siedm czyli 27; dwadzieścia ośm czyli 28; dwadzieścia dziewięć czyli 29; — a gdy do dwudziestu czyli do dwóch dziesiątków dołożę jeden dziesiątek będę miał dziesiątków trzy, czyli krócéj trzydzieści, co się pisze 30.

W dalszym ciągu trzy dziesiątki więcéj jeden, będzie trzydzieści jeden czyli 31. Trzy dziesiątki więcéj trzy będzie trzydzieści dwa czyli 32. Trzy dziesiątki więcej trzy, będzie trzydzieści trzy czyli 33 i t. d. aż dotąd gdy powiem trzy dziesiątki więcej dziesięć będzie razem cztéry dziesiątki czyli czterdzieści albo krócéj 40.

Do czterech dziesiątków przydawszy jedność, będzie czterdzieści jeden czyli 41.

Do czterech dziesiątków przydawszy dwa, będzie czterdzieści dwa czyli 42.

Do czterech dziesiątków przydawszy trzy, będzie 43.

Następnie nauczyciel winien z dziećmi daléj postąpić, przydając do czterech dziesiątków cztéry, pięć, sześć, siedm, ośm, dziewięć; i liczby ztąd otrzymane pisać i wymawiać. Gdy zaś do czterech dziesiątków przydamy jeden dziesiątek będzie ich razem pięć, czyli krócéj pięćdziesiąt albo 50.

Do pięciu dziesiątków, przydajmy jeden, dwa, trzy, cztéry, pięć, sześć, siedm, ośm i dziewięć, a otrzymamy pięćdziesiąt jeden czyli 51; pięćdziesiąt dwa ozyli 52 i t. d.

Do pięciu dziesiątków przyłożywazy jeszcze jeden dziesiątek, będzie dziesiątków sześć czyli sześćdziesiąt albo 60; daléj już będzie sześćdziesiąt jeden czyli 61, sześćdziesiąt dwa czyli 62 i t. d. aż do 69 sześćdziesięciu dziewięciu.

Gdy zaś do sześciu dziesiątków przydamy jeszcze jeden dziesiątek, otrzymamy razem siedm dziesiątków czyli siedmdziesiąt — albo 70.

Do siedmiu dziesiątków przydawszy jeden, dwa, trzy, cztéry, pięć i t. d. jedności prostych. Będziemy mieli siedmdziesiąt jeden, siedmdziesiąt dwa, siedmdziesiąt trzy i t d.

Gdy zaś do siedmiu dziesiątków dołożemy jeszcze jeden dziesiątek, otrzymamy dziesiątków ośm czyli krócej ośmdziesiąt albo 80 do 80 przydawszy jeden, dwa, trzy, cztéry i t. d. będzie ośmdziesięt jeden, czyli 81, ośmdziesiąt dwa czyli 82 i t. d.

Do ośmiu dziesiątków przydawszy jeszcze jeden dziesiątek, będzie razem dziesiątków dziewięć czyli krócej wyrażamy to że jest dziewięćdziesiąt albo 90; następnie do tej liczby przydając jeden, dwa, trzy, cztéry i t. d., będziemy mieli dziewięćdziesiąt jeden, dziewięćdziesiąt dwa, dziewięćdziesiąt trzy i t. d.

Gdy zaś do dziewięciu dziesiątek przydamy jeszcze jeden dziesiątek, będziemy mieli dziesiątków dziesięć i to nazywa się sto; co już się wyraża za pomocą trzech znaków i pisze się 100.

Uwaga pierwsza. Skoro dzieci wprawią się w pisanie i czytanie wszystkich liczb zacząwszy od 1 aż do 100. — Nauczyciel winien zadawać im pytania treści następującej, *np.* 65 z czego się składa? — Odpowiedź z 6 dziesiątków i z 5 jedności.

(Toż samo powtórzyć na wszystkich innych liczbach.)

Uwaga druga. Rozbiór wszelkich liczb w sposób podany w rozdziale pierwszym, aczkolwiek nie jednemu wydawać się może rozwlekły i nudny, jednakże ułatwi on dzieciom zrozumienie i pojęcie działań arytmetycznych i przyzwyczai ich zwolna do stosownego tychże działań używania przy rozwiązywaniu rozlicznych zagadnień z życia praktycznego.

Z tego względu radzę nauczycielom z własnego doświadczenia, aby przejąwszy się wskazaną metodą, przeszli z uczniami swemi w dalszym ciągu rozbiory wszystkich innych liczb od 10 do 100 nie pomijając żadnej.

Każdy który tego sposobu sprobuje, przekona się sam, że dla dzieci będzie ta praca miłą i korzystną.

Przy rachunkach pamięciowych szczególniej daje się uczuwać potrzeba rozkładu liczb w myśli, nadto postępując z dziećmi tą drogą przyzwyczajamy je zwolna do zastanawiania się, a przy ciągłem w różnych postacyach powtarzaniu rozlicznych kombinacyj liczbowych, dzieci dojdą do pożądanej wprawy i szybkości odbywania działań arytmetycznych.

Podział liczb na upodobaną liczbę części doprowadza mimowolnie do teoryi ułomków, a dzieci nie wiedząc co jest ułamek wykonywają z niemi różne działania *np.*

Gdy mam podzielić liczbę 7 jabłek między czterech, widzę że każdy będzie miał po jedném jabłku całém, i pozostanie trzy do podziału między czterech, dzielę więc każde jabłko pozostałe na 4 części równe czyli 4 ćwiartki, a zatém z pierwszego jabłka dostanie się każdemu po ćwiartce, z drugiego także po ćwiartce, z trzeciego po ćwiartce. Każdy będzie miał jedno jabłko całe i trzy ćwiartek, czyli trzy czwarte części jednego jabłka, co można dzieciom powiedzieć, że te trzy ćwiartki jednego, są czwartą częścią trzech pozostałych jabłek i zarazem wspomnieć, iż aby tę okoliczność wyrazić, zgodzono się użyć dwóch liczb z których jedna wyobraża liczbę jabłek całych a druga jaką cząstkę trzeba z nich wziąć, i że pierwsza pisze się nad poziomą linijką *np.* $\frac{3}{4}$ jabłek, to jest z 3 całych jabłek wzięta jest część czwarta, lub jak im wytłómaczyłem, ćwiartka czyli część czwarta z jednego jabłka wzięta jest 3 razy, czyli takich ćwiartek jabłka bierzemy trzy.

Teraz przypuśćmy, że chcemy podzielić te same 7 jabłek na pięciu. Rozumując jak wyżej, dojdziemy, że każdy dostanie po jedném jabłku całém i po dwie piątych jabłka, czyli po $\frac{2}{5}$.

Gdybyśmy chcieli się przekonać o ile każdy z piérwszego podziału będzie miał więcéj od każdego z drugiego podziału.

Rozumuję z dziećmi w sposób następujący.

Ponieważ w piérwszym i drugim przypadku mają po jabłku, więc tu nie masz żadnéj różnicy, ale w piérwszym razie dostają po $\frac{3}{4}$ jabłka, a w drugim po $\frac{2}{5}$ jabłka, czyli w piérwszym razie trzy kawałki a w drugim tylko dwa kawałki; ale że te kawałki nie są sobie równe, przeto nie można powiedzieć że piérwszy bierze od drugiego o jeden kawałek więcéj.

W tym celu każę dzieciom podzielić każdą ćwiartkę jabłka na części równych pięć, a zatém całe jąbłko będzie ich miało 20.

W dalszym ciągu mówię:

1. Ponieważ ćwiartka ma kawałków 5, z których każdy jest dwudziestą częścią jabłka, więc ćwiartek trzy będzie miało tych samych kawałków 15.

2. Gdy całe jabłko ma kawałków 20, więc część jego piąta mieć ich będzie cztery. A ponieważ z drugiego podziału dostaje się każdemu po dwie piątych, więc każdy z nich będzie miał dwa razy po 4 kawałki czyli 8 kawałków będących dwudziestą częścią jabłka.

3. Pierwsi dostają po 15 kawałków, jakich drudzy tylko po 8, więc każdy z pierwszego podziału ma o 7 kawałków więcej od każdego z drugiego podziału czyli o $\frac{7}{20}$, siedm dwudziestych.

Chcąc się dowiedzieć ile to uczyni razem co jeden z pierwszego podziału i drugi z drugiego podziału dostanie powiadam;

pierwszy dostaje	1 jabłko i	15 kawałków
drugi dostaje . .	1 jabłko i	8 kawałków
Razem	2 jabłka i	23 kawałków

czyli $\frac{23}{20}$; aże na jedno jabłko takich kawałków idzie 20, więc z 23 kawałków tworzy się jedno jabłko i 3 kawałki, było wprzód 2 jabłka będzie razem 3 i $\frac{3}{20}$ jabłka.

Poprzedzający przykład ma służyć nauczycielom za skazówkę postępowania przy odbywaniu ćwiczeń rachunkowych z uczniami. – Nie jest to przedmiot trudny i dzieci nawet 8-letnie mogą to wszystko zrozumieć i pojąć, przedstawiając im to zwłaszcza w początkach zmysłowo.

W dalszym ciągu chcąc dać poznać dzieciom liczby większe od stu i nauczyć ich takowe pisać i wymawiać; wysypałem im na stół kilka untów drobnego szrutu i zapytałem ile tu wszystkich jest ziarek.

Henryś jako najstarszy i najlepiéj rzecz pojmujący odpowiedział, że to jest niepodobném aby mógł to wszystko zliczyć, gdyż daléj rachować nie umié jak do stu.

Aby wyprowadzić go z kłopotu, postawiłem na stole szufladkę długą podzieloną na siedm komórek i zapowiedziałem że za pomocą téj szufladki potrafią obliczyć ilość wszystkich ziarek. Pamiętajcie tylko na to, że mamy dziewięć znaków do wyrażenia wszystkich liczb, trzeba więc użyć pewnego sposobu, który zasadza się na samém położeniu względném tych znaków, na przypadek gdy chcemy wszelkie inne liczby na pisać, jaktoście już poznały pisząc liczby złożone z dziesiątków i jedności.

Następnie zwróciłem ich uwagę na przeznaczenie komórek w szufladce; mówiąc że do pierwszéj z nich od ręki prawéj ku lewéj składać się będą same jednostki proste od 1 do 9 włącznie; *do drugiéj* dziesiątki, to jest zbiory tychże samych jednostek pojedyńczych po dziesięć razem branych; *do trzeciéj* wkładać się będą sta, to jest zbiory dziesiątków po dziesięć razem branych; *do czwartéj* zbiory set po dziesięć razem branych, zbiory te nazywać będziemy tysiącami; *do piątéj* zbiory tysięcy po dziesięć razem branych, które nazywamy dziesięcio tysiącami; *do szóstéj* zbiory dziesięćtysięcy po dziesięć na raz branych które inaczéj będą sta tysiącami; *do siódméj* będą wkładane zbiory jednostek z których każda będzie w sobie miała dziesięć razy po sto tysięcy, które to jednostki nazywać będziemy milionami. Dla lepszego wyjaśnienia rzeczy — poleciłem dzieciom aby każde z nich wzięło część leżącego na stole szrutu i układało kupki po dziesięć na każdą, co się nazywa dziesiątkiem, zawinęło każdą kupkę w papier, i na wierzchu napisało, dziesięć czyli jeden dziesiątek. * Gdy

* Przy obliczaniu kupek dziesiątkowych rozmaicie im postępować kazałem, do jednych brały po ziarku, do drugich po 2 razem, do trzeciéj po 3 razem, do 4 razem po 5 i t. d. przez co wprawiały się w skład liczby 10 i zarazem było to dla nich powtórzeniem tego czego się już poprze-

się dzieci zajęły tą robotą, pilnowałem aby wszystko szło porządnie i dokładnie. Po uformowaniu z całej ilości szrótu na stole leżącego, pakiecików mających w sobie po dziesięć ziarek, pozostało jeszcze ziarek sześć, które kazałem wsypać do ostatniej po lewej ręce komórki na której był napis jednostki i zarazem zapowiedziałem aby dla pamięci zanotowali sobie ile ziarek do tej komórki wsypały.

Potém rzekłem do nich bierzcie na raz po dziesięć kupek i zawijajcie w papier, wzięły się do tej roboty i po pewnym czasie ukończyły. Na każdej kupce napisały dziesięć dziesiątków czyli sto. Po obliczeniu pokazało się, iż pozostało kupek dziesiątkowych siedm, które kazałem włożyć w komórkę drugą obok ostatniej na której był napis dziesiątki, i dla pamięci zanotować że ich jest tam siedm.

Z pozostałych na stole kupek stu ziarkowych, kazałem zbierać po dziesięć takich kupek na jedne, obwijać w papier i na każdej napisać 10 set czyli tysiąc. Po obliczeniu znalazło się kupek tysiącznych pewna liczba i reszta z kupek sto-ziarkowych 8 — te ośm kupek włożono do ko-

dnio uczyły. I tak po 3 ziarek na raz, trzeba było brać trzy razy i dorzucić jedno ziarko, aby otrzymać ich 10; po 4 trzeba było brać dwa razy i dorzucić 2 aby otrzymać 10 i t. d.

mórki trzeciéj podług mojego zalecenia to jest do téj, na któréj był napis sta.

Daléj zbierały kupek tysiącznych po 10 razem i obwijały je w papier, na każdéj z takich kupek pisząc dziesięć tysięcy — pozostałe kupek 5 tysiącznych włożyły podług mego polecenia do czwartéj komórki od końca, na któréj był napis tysiące.

Następnie kupki obejmujące każda po dziesięć tysięcy zbierano znowu po dziesięć razem, zawijano w papier pisząc na każdéj dziesięć razy po dziesięć tysięcy czyli sto tysięcy, po zebraniu zostało 2 kupek dziesięciotysiącznych i te złożono w komórkę piątą, na któréj był napis dziesięcio tysiące.

Sto tysięczne kupki zbiérano po dziesięć na jednę, obwijano w papiér i pisano na wierzchu dziesięć razy po sto tysięcy, czyli miljon, takich było 2 i nic nie pozostało, a zatém komórka szósta je t pusta gdyż nic zostało się pakiecików sto tysiącznych; dwa miliony, umieszczam w komórce siódméj – i będzie:

Miliony	Sta tysiące	Dziesięcio tysiące	Tysiące	Sta	Dziesiątki	Jednostki
2	0	2	5	8	7	6

Albo napisawszy te liczby obok siebie bliżéj będzie 2025876.

Teraz spodziewam się że powiecie łatwo ile jest ziarek w każdéj komórce?

Henryś odezwał się, że w piérwszéj jest dwa miliony, w drugiéj nie masz nic; w trzéciéj 2 razy po dziesięć tysięcy; w czwartéj 5 tysięcy, w piątéj 8 set, w szóstéj 7 dziesiątków, a w ostatniéj od prawéj ręki 6 ziarek.

Ileż więc ich jest razem?

Włodzio odpowiedział; że jest ich dwa miliony więcéj dwadzieścia tysięcy, więcéj pięć tysięcy, czyli dwadzieścia pięć tysięcy ośmset siedmdziesiąt sześć. Czyli przeczytawszy gładko, powiemy że jest ziarek dwa miliony dwadzieścia pięć tysięcy, ośmset siedmdziesiąt sześć.

Z tego przekonywacie się, że każda z komórek ma sobie właściwe przeznaczenie, i tak:

Piérwsza od prawéj ręki, zawiérać tylko może liczby których jednostka jest pojedyńcza i ta się zowie jednostką piérwszego rzędu.

Druga. ma w sobie liczby których jednostka jest z dziesięciu pojedyńczych złożona, i taka jednostka zowie się dziesiątkiem czyli jednostką rzędu drugiego.

Trzecia ma takie tylko liczby których jednostką jest liczba sto, z dziesięciu jednostek rzędu drugiego złożona czyli ma dziesięć razy po dziesięć — i zowie się jednostką rzędu trzeciego.

Czwarta mieścić w sobie będzie liczby których jednostką jest tysiąc, z dziesięciu jednostek rzędu trzeciego złożone czyli ma w sobie 10 razy po sto, i zowie się jednostką rzędu czwartego

Piąta ma liczby których jednostka jest dziesięć tysięcy, czyli jednostka z dziesięciu jednostek rzędu czwartego złożona, czyli dziesięć razy po tysiąc i zowie się jednostką rzędu piątego.

Szósta ma liczby których jednostką jest sto tysięcy, jednostka z dziesięciu jednostek rzędu piątego złożon', czyli dziesięć razy po dziesięć tysięcy i zowie się jednostką rzędu szóstego.

Siodma ma liczby których jednostką jest milion, czyli jednostka z dziesięciu jednostek rzędu szóstego złożona, czyli dziesięć razy po sto tysięcy i zowie się jednostką rzędu siódmego.

Osma (gdyby było więcej komórek) ma liczby których jednostką jest dziesięć milionów czyli jednostka z dziesięciu jednostek rzędu siódmego złożona, czyli 10 razy po milionie i zowie się jednostką rzędu ósmego.

Dziewiąta ma liczby których jednostką jest sto milionów czyli jednostka z dziesięciu jednostek rzędu ósmego złożona, czyli dziesięć razy po dziesięć milionów, i zowie się jednostką rzędu dziewiątego i t. d.

Mając zatem w myśli komórki o których była mowa, możecie łatwo każdą liczbę daną przeczytać, pamiętając tylko, że na piérwszém miejscu od ręki lewéj są jedności rzędu pierwszego, na drugiém rzędu drugiego czyli dziesiątki, na trzeciém rzędu trzeciego czyli sta, na czwartém miejscu, jednostki rzędu czwartego czyli tysiące, na piątém miejscu jednostki rzędu piątego czyli dziesięcio tysiące, na szóstém miejscu jednostki rzędu szóstego czyli sta tysiące, na siódmém miejscu są jednostki rzędu siódmego czyli miliony i t, d.

Podług tego gdy powiem sześćset pięćdziesiąt cztéry tysiące ośmset pięćdziesiąt cztéry, napiszę tę liczbę bardzo łatwo gdy ją rozbiorę w myśli. Jakoż ona składa się z sześciu oddzielnych liczb, to jest z 6 set tysięcy, 5 dziesiątków tysięcy, z 4 tysięcy, z 8 set, z 5 dziesiątków, i z 4 jednośći. Ponieważ jednostki sta tysiączne piszą się na miejscu szóstém od ręki prawéj ku lewéj, więc liczba 6 będzie na piérwszém miejscu od ręki lewéj; po liczbie wyobrażającéj sta tysiące, następują liczby których jednostkami są dziesięciotysiące, a tych tu jest 5, po liczbach wyobrażających dziesiątki tysięcy następują liczby których jednostkami są tysiące, a tych w danym przykładzie jest 4, po liczbach wyobrażających tysiące, następują liczby których jednostkami są sta i tych tu jest 8, po liczbach wyobrażających sta, następują liczby których jednostkami są dziesiątki a tych jest w obecnym razie 5, po liczbach nakoniec wyobrażających dziesiątki, następują liczby których jednostki są rzędu pierwszego z tego więc przekonywamy się, że liczba w danym przykładzie wymówiona napisze się w sposób następujący:

set	piędziesiąt	cztéry	set	piędziesiąt	cztéry
6	5	4	8	5	4
tysiące					

Drugi przykład. Napisać liczbę pięć tysięcy cztéry. — Liczba ta składa się tylko z dwóch liczb, to jest z pięciu tysięcy, i z cztérech jedności. Piérwsza ma za jednostkę tysiąc czyli jednostkę rzędu czwartego, która się musi pisać na miejscu czwartém od prawéj ręki, a liczba cztéry, ma jednostkę rzędu piérwszego, a zatém musi być napisana na piérwszém miejscu od ręki prawéj. Między jednostkami tysiąc a jeden mieszczą się sta i dziesiątki, tych w danéj liczbie nie masz, więc ich miejsce zastąpimy zerami i napiszemy 5004.

Nauczyciel używający w pomoc téj książki, winien w tém miejscu zadawać uczniom wiele bardzo zadań tyczących się pisania i czytania liczb wszelkich, aby wprawić ich w liczenie co jest główną podstawą arytmetyki. Nie dosyć bowiem aby dzieci pisały za dyktowaniem liczby lub napisane przeczytały, ale potrzeba od nich żądać wytłómaczenia się jasnego z tego co mówić w tym względzie będą, a to na wzór tego cośmy dotąd w tym przedmiocie wyłożyli.

Gdy już dzieci nauczą się dobrze każdą liczbę bez błędu napisać i napisane przeczytać, łatwo im będzie odgadnąć ile w danej liczbie jakiejkolwiek znajduje się dzięsiątków, set, tysięcy i t. d., bo każde z nich przypomni sobie pracę przy układaniu kupek dziesiątkowych, setnych, tysiącznych i t. p. podjętą i zarazem rachubę jaką uskutecznić musiało przy obliczaniu ziarek. Co do mnie dla tém lepszego przekonania się poleciłem Henrysiowi aby mi naprzód przeczytał liczbę 5603425.

Chłopczyna rzucił okiem i powiada, ponieważ ta liczba składa się z siedmiu znaków, a zatém ma w sobie miliony, które jakto widzieliśmy znajdowały się w 7méj przegródce i tych milionów jest pięć, po jednostkach milionowych, następują jednostki sta tysięczne, których w obecnym przypadku jest 6; po jednostkach sta tysięcznych są jednostki dziesięcio tysięczne, których tu niemasz wcale czyli 0, po jednostkach dziesięcio tysięcznych następują jednostki tysiącowe, i tych tu jest trzy; po jednostkach tysiącznych następują sta, i tych tu jest 4, po stach następują dziesiątki i tych jest 2, po dziesiątkach jednostki proste i tych jest pięć. Można więc całą daną liczbę rozebrać i napisać jak następuje:

pięć milionów	5 000 000
sześćset tysięcy	600 000
dziesiątków tysięcy	,, ,,
trzy tysiące	3 000
czterysta	400
dwadzieścia . . .	20
pięć	5
Razem pięć milionów, sześćset trzy tysiące, czterysta dwadzieścia pięć.	5 603 425

Zaczynając od końca czytać tę liczbę powiemy, że ona się składa z pięciu jedności rzędu piérwszego, z dwóch jednostek rzędu drugiego, z czterech jednostek rzędu trzeciegs, z trzech jednostek rzędu czwartego, z żadnéj jednostki rzędu piątego, z 6 jednostek rzędu szóstego i nakoniec z pięciu jednostek rzędu siódmego.

Powiedz że mi Henrysiu, ile w powyższéj liczbie znajduje się dziesiątków set, tysięcy i t. d.?

Henryś zaczął się tłómaczyć w ten sposób:

1. W milionie jest sto tysięcy kupek z których każda ma po dziesięć ziarek, czyli sto tysięcy dziesiątków; a zatém w pięciu milionach będzie ich pięć razy więcéj, czyli pięć set tysięcy dziesiątków.
2. W jednem sto tysięcy jest dziesiątków dziesięć tysięcy, a zatém w 600 000 jest dziesiątków sześćdziesiąt tysięcy.

3. W tysiącu znajduje się dziesiątków sto, a w trzech tysiącach będzie ich trzysta.
4. W stu jest dziesiątków dziesięć, a zatem w czterystu będzie ich czterdzieści.
5. W dwudziestu jest dziesiątków dwa.

Można więc teraz powiedzieć, że w danéj liczbie razem, znajduje się pięćset sześćdziesiąt tysięcy, trzysta czterdzieści dwa dziesiątków, czyli 560342 dziesiątków.

W téj liczbie ostatniej jest set 56034, to jest dziesięć razy mniéj jak dziesiątków. W liczbie 56034 set, znajduje się 5603 tysięcy, a w tych tysiącach jest 560 dziesięcio tysięcy, 56 sto tysięcy, a pięć milionów.

Z tego co dotąd powiedziano, przychodzimy do wniosku bardzo ważnego, iż w danéj liczbie jakiéjkolwiek tyle jest dziesiątków ile wynosi cała liczba po opuszczeniu ostatniéj; tyle jest znowu set ile wynosi cała liczba dana opuściwszy dwie ostatnie; tyle jest tysięcy ile wynosi reszta pozostała z danéj liczby po opuszczeniu trzech ostatnich; tyle jest dziesiątków tysięcy ile wynosi reszta liczby danéj po opuszczeniu czterech pozostałych i t. d.

Tu winienem zachęcić każdego nauczyciela, aby starał się uczniów swoich doprowadzić do tego stopnia wprawy, iżby z łatwością rozkładać mogli daną jakąkolwiek liczbę na dziesiątki, sta, tysiące i t., i przytém aby umieli z tego co mówić będę zdać dokładną sprawę.

Nim postąpiemy daléj, wprowadzimy tu jeszcze niektóre skrócenia, i tak: gdyśmy chcieli liczbę 4 rozłożyć na jednostki, mówiliśmy i pisali jeden więcéj jeden, więcéj jeden i jeszcze raz więcéj jeden. Zamiast wypisywania tego wyrazu więcéj, zgodzono się używać znaku +, który jest krótszy a znaczy to samo co więcéj.

Jak znowu do wyrażenia *mniéj* np. 5 mniéj 2 zgodzono się użyć tego znaku —.

Dla wyrażenia że 5 równe 5, używają znaku = który zastępuje miejsce tego wyrazu równe.

I tak jeden więcéj jeden równe dwa, można napisać $1 + 1 = 2$.

Podobnie gdy powiem sześć, mniéj trzy równe trzy, napiszę $6 - 3 = 3$.

Takie skrócone wyrażenia przydadzą się nam późniéj.

Wiadomość o liczbach rzymskich czyli kościelnych.

Prócz znaków liczebnych których użycie dotąd okazaliśmy a które się zowią cyframi arabskiemi, używają się niekiedy inne znaki zwane rzymskiemi lub kościelnemi. Są to większe litery abecadła drukowanego; takich jest siedm. Litera I znaczy jednostkę. V znaczy 5. X znaczy dziesięć.

L znaczy 50. C znaczy 100. D znaczy 500. M znaczy 1000. Litera I powtórzona dwa razy znaczy 2, powtórzona trzy razy znaczy 3, i tak II znaczy 2, III znaczy 3. Podobnież litera X powtórzona dwa razy lub trzy razy znaczy dwa lub trzy dziesiątki. Litera C powtórzona dwa lub trzy razy znaczy dwa lub trzy sta. I tak: XX znaczy 20. XXX znaczy 30. CC znaczy 200. CCC znaczy 300. Litera I napisana przed literą V znaczy to samo co 5 mniéj 1 czyli 4; ta sama litera napisana przed X znaczy to samo co 10 mniéj 1 czyli 9. I tak IV czyli 4; IX znaczy 9. Podobnież X napisane przed L znaczy to samo co 50 mniéj 10 czyli 40; X napisane przed C znaczy to samo co 100 — 10 czyli 90. I tak: XL = 40, XC = 90. Toż mówić o literze C która napisana przed M znaczy to samo co 1000 mniéj sto czyli 900. C napisane zaś przed literą D, znaczy to samo co 500 mniéj sto czyli cztérysta. I tak: CM = 900. CD = 400.

To samo litera I napisana po literze V znaczy 5 + 1 czyli 6; napisana 2 lub 3 razy po V znaczy to samo co 5 więcéj 2 lub 3 + 5 czyli to samo co 7 lub 8. I tak: VI = 6; VII = 7, VIII = 8. Podobnież napisana litera I po X, raz, dwa, trzy, daje jedenaście, dwanaście, trzynaście i tak: XI = 11, XII = 12, XIII = 13. Toż samo można powiedzieć o wszystkich innych cyfrach kościelnych, i tak: LI = 51, CII

= 102, DIII = 503, MI = 1001. W taki sam sposób napisawszy po L, D, M, literę X raz, dwa, trzy, znaczy to samo, co do liczb przez te litery wyrażone dodać dziesięć, dwadzieścia, trzydzieści i t. d.

I tak: LX = 60, LXX = 70, LXXX = 80,
CX = 110, CXXX = 130 etc.
DX = 510, DXX = 520, DXXX = 530
MX = 1010, MXX = 1020 etc.

Podobnie C napisane po literze D, raz, powiększa jéj wartość o 100, napisane dwa razy powiększa o 200 i t. d. *np.* DC = 600, DCC = 700 DCCC = 800, MC = 1100, MCC = 1200, MCCC = 1300.

Podług tego co poprzedziło, możemy napisać następujące liczby.

19 = XIX; 49 = XLIX; 99 = XCIX, 117 = CXVII; 1843 = MDCCCXLIII.

ROZDZIAŁ III.

DZIAŁANIA NA LICZBACH CAŁKOWITYCH.

Moje dzieci, wiecie, że liczba wyobraża wam zbiór jednostek tego samego gatunku, że aby dojść ile w jednéj naprzykład kwarcie grochu znajduje się ziarek, trzeba je liczyć czyli dodawać po jednemu, jaktoście same robiły, lecz gdybyście chciały się dowiedzieć jaka będzie ogólna liczba ziarek w trzech *np.* kupkach, z których pierwsza ma w sobie 54 ziarek, druga 68, a trzecia 82. *Jakbyście sobie postąpiły?*

Mnie się zdaje, rzekł Włodzio, że najkrócéj byłoby wszystkie te kupki razem zmieszać, a potém liczyć czyli dodawać po jednemu tobyśmy się dowiedzieli o całkowitéj liczbie ziarek.

Dobrześ odpowiedział Włodzio, ale to coś wyrzekł, mógłbyś uskutecznić gdybyś rzeczywiście te kupki grochu miał przed sobą, a mając same tylko liczby ziarek te kupki wyobrażające, jakbyś sobie wówczas postąpił.

— W takim razie w miejscu kupek, nakreśliłbym 54 kresek na papierze lub tablicy, pod tym szeregiem wypisałbym 68 kresek a jeszcze pod tym 82 kresek; i te kreski zliczyłbym po jednéj. Ale! ale! źlem powiedział, taki sposób byłby długi; poradzę sobie inaczéj; w pierwszym szeregu miałbym 5 kolumn po 10 kresek i zostałoby mi jeszcze 4; w drugim szeregu byłoby sześć kolumn z których każda byłaby dziesiątkiem i zostałoby kresek 8; w trzecim szeregu byłoby kolumn 8, i zostałoby dwie kreski. Razem więc kolumn dziesięcio-kreskowych byłoby 5 a 6 czyli 11, jedenaście a ośm czyli 19 kolumn dziesiątkowych. A że jeszcze pozostało z pierwszego szeregu kresek 4, z drugiego 8 a z trzeciego 2, czyli razem 14, co na jedno wychodzi 1 dziesiątek i 4 kresek pojedynczych, a z pierwszego zbioru otrzymałem 19 dziesiątków, z drugiego 1 dziesiątek i 4 kresek, ogółem mam ich 20 dziesiątków czyli dwieście i 4 kresek czyli 204 kresek.

Z tego przykładu przekonywacie się, że ile razy wypadnie wam kilka lub kilkanaście, albo ile kolwiek liczb razem z sobą połączyć aby otrzymać jednę ogólną, tąż samo-znaczącą co wszy-

stkie pojedyńcze razem wzięte, trzeba je do siebie dodać. Działanie zaś za pomocą którego z kilku liczb otrzymujemy jednę równo ważną tym z których powstała, zowie się dodawaniem, liczba ta jedna, z kilku złożona zowie się summą czyli zbiorem.

Jeżeliście dobrze zrozumiały cośmy dotąd o dodawaniu i o liczeniu powiedzieli, łatwo rozwiążecie następujące przykłady.

Zadanie

125 jabłek i 384 ile razem czynią?

Pierwsza liczba jabłek składa się: z 1 sta, 2ch dziesią: i 5ciu jedno:

Druga liczba jabłek składa się: z 3ch set, 8miu dziesią: i 4 jedno:

Teraz razem jedno sto i trzy sta daje . . . . . 4 sta

Dwa dziesiątki i ośm dziesiątków czyni 10 dziesiątków, czyli . . . 1 sto

Pięć jedności więcej cztery jedności daje . . . „ 9 jedności

Ogółem . . 5 set 9 jedności czyli 509

Dodawanie małych liczb z pamięci uskutecznia się zawsze, zaczynając od dodawania cyfr których jednostki są najwyższe i tak stopniami aż dojdzie się do cyfr których jednostki są najniższe.

Zadanie

Pewien handlarz zakupił w czterech borach następujące liczby sosien na pniu:

W pierwszym boru 5624, w drugim 13735, w trzecim 24976, a w czwartym 1220.

Pytanie ile razem sosien zakupił?

Henryś który był chłopczyna z bystrém pojęciem wpadł zaraz na myśl iż za pomocą szufladek mógłby to zadanie z łatwością rozwiązać, jakoż nakreślił na tablicy cztery szufladki podłóżne i te na komórki podzielił w sposób następujący.

		5	6	2	4	Pierwsza szufladka
	1	3	7	3	5	Druga szufladka
	2	4	9	7	6	Trzecia szufladka
		1	2	2	0	Czwarta szufladka
Summa	4	5	5	5	5	

Gdy już sobie rozpisał liczby sosien zakupionych z każdego boru, robi potém uwagę, że dodać liczby w tych szufladkach umieszczone jest to samo. co z tych cztérech szufladek uformować jednę któraby tyle w sobie obejmowała co te cztéry razem wzięte.

W tym celu nakréślił sobie piątą szufladkę podzieloną na komórki i tak dalej rzecz prowadził:

Ponieważ z jednostek tworzą się dziesiątki, aby się więc dowiedzieć ile będzie dziesiątków sosien z samych jednostek dodam jednostki z 4ch szufladek, i tak: w piérwszéj jest 4, w drugiéj 5 w dwóch 9; do 9 przydam 6 z szufladki trzeciéj będzie 15; a że 15 jest to samo co dziesięć więcéj 5, czyli to samo co jeden dziesiątek i pięć jedności; więc te pięć jedności wypisuję w piątej szufladce, w piérwszéj komórce od ręki prawéj, a jeden dziesiątek sosien dodaje do dziesiątków sosien w cztérech szufladkach danych; w piérwszéj szufladce jest dziesiątków 2, w drugiéj 3, w trzeciéj 7, w czwartéj 2, a z jednostek zrobiło się 1, razem dziesiątków sosien jest 15; a że 15 dziesiątków jest to samo co dziesięć dziesiątków i pięć dziesiątkow, czyli jedno sto, i pięć dziesiątków a zatém, 5 dziesiątków wpisuję w drugiéj komórce szufladki piątéj a jedno sto dodaję do set, cztérech szufladek danych.

W piérwszéj szufladce jest set 6, w drugiéj 7, w trzeciéj 9, w czwartéj 2, a z dziesiątków było jedno sto, razem set 25; czyli 20 set i pięć set; dziesięć set czynią tysiąc a zatém 20 set dają 2 tysiące. — 5 set wpiszemy w komórkę 3cią od końca szufladki piątéj a dwa tysiące dodamy do tysięcy 4ch szufladek danych.

Następnie zbierzemy tysiące razem, jakoż w piérwszéj szufladce jest tysięcy 5, w drugiéj 3, w trzeciéj 4, a w czwartéj 1; ze set otrzymaliśmy tysięcy 2, ogółem tysięcy 15; czyli 10 tysięcy, czyli jeden dziesiątek tysięcy i 5 tysięcy; 5 tysięcy wypiszemy w komórce czwartéj od końca szufladki piątéj a jeden dziesiątek tysięcy dodamy do dziesiątków tysięcy. Dziesiątków tysięcy, w piérwszéj komórce nie masz nic, w drugiéj 1, w trzeciéj 2, w czwartéj nic, czyli razem 3, a z tysięcy uformował się jeden dziesiątek tysięcy, ogółem będzie 4 dziesiątków tysięcy, które wypisuję w komórce piątéj od końca szufladki piątéj.

Gdy już teraz wszystkie pojedyńcze liczby jednostek, dziesiątków, set, tysięcy, dziesięcio tysięcy zebraliśmy razem, otrzymaliśmy liczbę składającą się z 5 jednostek, z 5 dziesiątków, z 5 set, z 5 tysięcy i 4ch dziesiątków tysięcy. Czyli przeczytawszy odwrotnie będzie czterdzieści pięć tysięcy, pięćset pięćdziesiąt pięć co napiszemy 45555.

Zastanowiwszy się nad powyższym sposobem zbierania liczb kilku, w celu otrzymania jednéj ogólnéj, nazwanéj summą, spostrzegamy, iż można się obejść bez szufladek i komórek, wypada tylko dane liczby pod sobą porządnie podpisać i to tak, aby liczby z jednostek piérwszego rzędu złożone były pod sobą, liczby z dziesiątków złożone pod sobą, liczby z set złożone pod sobą i t. d.; potém podkréślają się te wszystkie liczby i zaczyna się dodawanie od zebrania w jednę liczbe samych jednostek, ta liczba może być albo mniejsza albo większa albo równa dziesięciu; jeżeli jest mniejsza wypisuje się pod jednościami, jeżeli jest większa, musi się składać z jedności i dziesiątków, jednostki w takim razie piszą się pod jednościami, a dziesiątki dodają się do dziesiątków liczb danych, na przypadek gdy summa jedności, składać się będzie z jednego lub kilku dziesiątków i nic więcéj, wtedy pod jednościami pisze się 0, a liczba dziesiątków przenosi się do dziesiątków.

Potém zbiérają się same dziesiątki przydawszy i te którebyśmy otrzymali z dodania jedności — Jeżeli liczba dziesiątków przewyższy 10, wtedy będzie ona składać się z set i dziesiątków, dziesiątki podpiszemy pod dziesiątkami a sta dodamy do set w kolumnie pionowój liczb danych znajdujących się.

Następnie zbiérają się w trzecim szeregu pionowym same sta razem, i do nich dołączają się sta otrzymane z dziesiątków, liczba wyobrażająca sta, gdy jest równa lub większa od 10 składa się wówczas z tysięcy i set. Liczba tysięcy przenosi do tysięcy i razem z niémi się dodaje, a liczba set podpisuje się pod stami i tak daléj.

Aby działanie to dobrze pojąć i nabrać dostatecznéj wprawy, wypada wiele przykładów przerabiać, tym sposobem oswoić się można dostatecznie z prawidłami wskazanemi.

Przykład powyższy podług tego com wyłożył wypisze się w taki sposób:

$$
\begin{array}{rr}
(a) & 5624 \\
 & 13735 \\
 & 24976 \\
 & 1220 \\
\hline
 & 45555
\end{array}
$$

W tych cztérech liczbach podanych do zebrania razem.

Macie w piérwszéj pionowéj kolumnie 4 + 5 6 + 0 razem 15; samych jedności szyli 1 dziesiątek + 5 jedności.

W drugiéj pionowéj kolumnie 2 + 3 + 7 + 2 samych dziesiątków razem 14 czyli 1 sto, 4 dziesiątki.

W 3ciéj pionowéj kolumnie 6 + 7 + 9 + 2 samych set razem 24 czyli 2 tysiące + 4 sta.

W 4tćj pionowćj kolumnie 5 + 3 + 4 + 1 samych tysięcy razem 13; 1 dziesiątek tysięcy + 3 tysiące.

W 5tćj, 1 + 2 razem 3 samych dziesiątków tysięcy.

Dodawszy razem będzie z pierwszćj kolumny 5 jedności;

1 Dziesiątek z pierwszćj i 4 z drugićj daje 5 dziesiątków;

1 Sto z drugićj, 4 sta z trzecićj daje 5 set;

2 Tysiące z 3cićj i 3 tysiące z 4tćj daje 5 tysięcy.

1 Dziesiątek tysięcy z 4tćj i trzy dziesiątki tysięcy z 5tćj razem 4 dziesiątki tysięcy.

Czyli ogółem czterdzieści pięć tysięcy, pięć set pięćdziesiąt pięć.

Zgodno jak wyżćj pod (a).

Radzę aby z dziećmi przerabiać przykłady dodawania w sposób tu wskazany, posłuży to niezawodnie do dokładniejszego pojęcia natury tego działania i lepićj w ich pamięci utkwi skład i wartość względna liczb.

Odejmowanie liczb całkowitych.

Zadanie. Z 24 groszy wziąwszy 13 ile się pozostanie?

Włodzio. 24 jest to samo co 2 dziesiątki i 4 jedności, 13 jest to samo co 1 dziesiątek i 3 jedności.

Z dwóch dziesiątków wziąłem jeden dziesiątek pozostaje jeden; z 4ch jednostek wziąłem 3 pozostaje jednostka. Razem pozostaje jeden dziesiątek i jedna jednostka czyli jedenaście.

Otóż dzieci moje działanie takie za pomocą którego dochodzimy, ile po odjęciu pewnéj liczby od drugiéj od niéj większéj pozostaje, zowie się odejmowaniem czyli odciąganiem, wypadek, czyli to co pozostaje z odjęcia zowie się różnicą a czasem resztą.

Jakoż znacie już to o ile pięć jest większe od dwóch.

Ludka odezwała się o 3.

A dwa od 5 o ile jest mniejsze.

O 3 także odpowiedziała.

A czém się różni 5 od 2.

O 3 krzyknęły dzieciaki.

A z 5 wziąwszy 2 ile się zostanie?

Odp. 3.

Z tego przykładu widzicie, że ile razy chcemy się dowiedzieć o ile jedna liczba od drugiéj różni się czyli o ile jedna jest mniejsza lub większa od drugiéj, lub ile się zostanie po wzięciu pewnéj liczby jednostek z danéj drugiéj liczby. Wszystkie te pytania rozwiązują się za pomocą odejmowania czyli odciągania.

I tak: Henryś dostał od mamy 254 orzechów a Ludka tylko 123 o ile Henryś ma więcéj od Ludki?

orzechów lub o ile Ludka ma ich mniej od Henrysia co jest to samo. Albo nakoniec jaka jest różnica liczby orzechów, które ma Henryś od liczby orzechów które ma Ludka.

Włodzio zaczyna tak:

Henryś ma . . . 2 sta 5 dziesiątki i 4 jedności
Ludka ma tylko 1 sto 2 dziesiątki i 3 jedności

A zatém
Henryś ma więcéj o 1 sto, 3 dziesiątki, 1 jedność czyli krócéj o 131 orzechów.

Dobrześ odpowiedział. Czém że więc będzie te 131 orzechów czy różnicą czy resztą.

Włodzio. Oczywiście różnicą.

A kiedy byłaby ta liczba resztą.

Włodzio Oto wtedy gdyby na przykład Henryś miał 254 orzechów, a dał Ludce 123 orzechy pozostałoby mu się czyli miałby na resztę 131.

Ciekawy jestem czyli Henryś z was tu wszystkich najstarszy potrafi rozwiązać następujące zadanie.

Włodzio ma ziarek grochu 354305 daje z nich ziarek Ludce 273824. Ile mu się pozostanie.

Henryś. Zdaje mi się, że na szufladkach najlepiéj sobie poradzę i tak to co mam przypuszczam że wkładam w komórki.

Tu są moje ziarka	3	5	4	3	0	5
z których mam dać	2	7	3	8	2	4
Reszta		8	0	4	8	1

Teraz rozumuję tak:

1. Mam ziarek 5 Ludce daje 4 pozostaje mi jedno ziarko i to jedno ziarko wpisuję w komórkę jednostek, szufladki 3ciéj dla pokazania co mi się pozostaje.
2. Ludce mam dać 2 dziesiątki ziarek a w mojéj komórce nie masz wcale dziesiątków, lecz wiem że w mojéj trzeciéj komórce są trzy woreczki z których w każdym znajduje się po dziesięć dziesiątków, biorę więc jeden z tych woreczków z komórki trzeciéj i wkładam je do drugiéj. W téj więc drugiéj już teraz jest 10 dziesiątków, Ludce z nich daje 2 pozostaje mi 8 dziesiątków, które zapisuję w komórce drugiéj szufladki trzeciéj.
3. Ludce mam dać 8 set a ja miałem 3 sta, ale przeniosłem do komórki drugiéj jedno sto, pozostało mi tylko dwa sta, które choćbym dał jeszcze by jéj się należało 6, a zatém udaję się do komórki czwartéj w niéj znajdują się 4 woreczki po 1000 każdy czyli w każdym jest po 10 set; biorę jeden taki woreczek i wkładam go do komórki trzeciéj od końca, czyli wkładam dziesięć set, a było w niéj już 2 razem będzie 12. Ludce odstępuję 8, mnie pozostanie 4 woreczki po 100 każdy ziarek mający i te te 4 sta wypisuję w komórce trzeciéj szufladki trzeciéj.

4. Ludce mam dać jeszcze 3 tysiące, a ja miałem 4 tysiące, ale z nich już wziąłem 1 tysiąc więc mi pozostało 3 tysiące, które skoro Ludka zabierze zostanie mi sie nic, czyli 0 i to notuję w czwartéj komorce szufladki trzeciéj

5. Ludce mam dać 7 dziesiątków tysięcy, mam tylko sam 5 dziesiątków tysięcy więc nie mogę inaczéj tego uskutecznić, tylko wezmę z komórki 6téj od końca prawéj ręki jedno sto tysięcy czyli co na jedno wychodzi 10 dziesiątków tysięcy i to włożę do komórki 5téj w któréj było już 5 dziesiątków tysięcy razem więc będzie teraz 15 dziesiątków tysięcy. Ludka bierze 7 dziesiątków tysięcy pozostanie mi 8 dziesiątków tysięcy które w komórce 5téj szufladki trzeciéj wypisuję.

6. Miałem 3 sta tysięcy wziąłem poprzednio jeszcze sto tysięcy pozostało mi dwa sta tysięcy. Ludce daje 2 sta tysięcy nic pozostanie nic i tego już nic notuję.

Przykład powyższy bez pomocy komórek.

254.305 liczba większa (B)
273.824 liczba mniejsza

80.481 różnica między liczbami danemi.

Działanie powyższe odejmowania uskutecznilišmy w sposób następujący, pod liczbą 254305, podpisaliśmy liczbę mniejszą 273824, ale tak aby liczba 4 jednostek była pod liczbą 5 jednostek, liczba 2 dziesiątki była pod liczbą 0 dziesiątek, liczba 8 set pod liczbą 3 set i t. d Co się krócej wyraża iż podpisujemy te dwie liczby pod sobą, aby jednostki były pod jednostkami, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod stami, tysiące pod tysiącami i t. d. Liczby te dwie w tym porządku pod sobą podpisane podkreślamy linijką i zaczynamy działanie od jednostek mówiąc, z 5 jednostek wziąwszy 4 pozostanie jednostka, którą podpisujemy pod jednostkami; 2 dziesiątki mamy wziąć z 0 dziesiątków inaczéj nic wykonamy jak tylko przez wzięcie z 3 set jednego sta czyli 10 dziesiątków, od których odjąwszy 2 dziesiątki, pozostałe 8 podpiszemy pod dziesiątkami w trzeciéj pionowéj kolumnie, w pierwszym rzędzie było 3 z których już wzięliśmy jedno sto, pozostało tylko 2 sta od których 8 set odjąć nie można, bierzemy od 4 tysięcy kolumny pionowéj 4téj jeden tysiąc czyli 10 set i takowe dodajemy do 2 set razem 12 set, od tych odjąwszy 8 set pozostanie 4 set które podpisujemy pod stami.

W czwartéj kolumnie pionowéj, było 4 tysiące wzięto jeden pozostało 3, od nich odjąwszy 3 tysiące pozostanie 0 tysięcy. Nakoniec z 5 dziesiątków tysięcy mamy wziąć 7 dziesiątków tysięcy, czego uskutecznić nie można, bierzemy więc od sta tysięcy, jedno sto tysięcy czyli 10 dziesiątków tysięcy do tych przydajemy 5, razem 15 dziesiątków tysięcy, od czego odjąwszy 7 dziesiątków tysięcy pozostanie 8 dziesiątków tysięcy.

W szóstej kolumnie pozostało z 3 set tysięcy 2 sta tysięcy, z tych mamy wziąć także 2 sta tysięcy nic pozostanie nic set tysięcy. Reszta więc z odjęcia 273824 od 354305 jest 80481.

Aby można lepiej spamiętać prawidła odejmowania liczb danych, powtórzę jeszcze raz w krótkości sposób postępowania.

Podpisawszy pod sobą dwie dane liczby jak to widzieliśmy w przykładzie pod lit. (B). Odejmuje się potém każda cyfra szeregu drugiego od sobie odpowiadającej cyfry szeregu pierwszego, jeżeli która z nich w szeregu drugim będzie większa od sobie odpowiadającej w szeregu pierwszym, w takim razie, do tej cyfry ostatniej przydaje się jedności 10, tego samego gatunku, które są niczém innem tylko jednostką wziętą z cyfry obok niéj leżącej po ręce lewej i rozebranej na jednostki dziesięć razy mniejsze i od tak powiększonej cyfry o 10 odejmuje się dopiero cyfra szeregu drugiego, pamiętając że cyfra szeregu pierwszego z której wzięliśmy już jednostkę jest o 1 mniejsza.

Uwagi szczególne nad odejmowaniem.

1. Do liczby większej z dwóch danych, przydawszy lub odjąwszy pewną dowoloną liczbę jedności, a zostawiwszy drugą liczbę mniejszą tę samą; reszta czyli różnica o tyle się powiększy lub zmniejszy o ile powiększyliśmy lub zmniejszyliśmy liczbę pierwszą.

Przykład.

15	15 + 3 = 18	15 − 7 = 8
6	6	6
9	12	2
Mam 15 orzechów a wydaję 6 pozosta: 9	Mam 18 orzechów to jest o 3 więcej wydaję 6 pozostaje mi 12 t. j. o 3 orzechy więcej.	Mam 8 orzechów to jest o 7 orzechów mniej jak w pierwszym razie pozostanie mi 2, t. j. o 7 orzechów mniej jak w pierwszym razie.

2. Zostawiwszy liczbę pierwszą niezmienną a drugą którą mamy odjąć powiększywszy lub zmniejszywszy o pewną dowolną liczbę, reszta w pierwszym razie o tyle się zmniejszy o ile powiększyliśmy drugą a w drugim o tyle reszta będzie większa o ile drugą liczbę zmniejszemy.

Objaśnienia na przykładach.

15 orzechów	Od 15	15
6 ditto	Odjąć 6 + 4 = 10	Odjąć 6 — 4 = 2
9	Reszta — 5	Reszta 13
Z piętnastu orzechów wziąwszy sześć zostanie dziewięć.	Mam 15 orzechów wydaje 10 to jest o 4 więcéj pozostaje mi 5 t. j. o 4 mniéj jak poprzednio.	Mam 15 orzechów wydaję 2 to jest o 4 mniéj pozostaje 13 o 4 więcéj.

3. Powiększając lub zmniejszając obie dane liczby o jednakową liczbę, reszta między temi nowemi liczbami będzie zawsze taka sama jaka była między piérwotnemi.

15	15 + 7 = 22	15 — 3 = 12
6	6 + 7 = 13	6 — 3 = 3
9	9	9

Wszystkie te wypadki są jednakowe to jest, że różnice między 15 i 6; między 22 i 13, nakoniec między 12 i 3 są sobie równe, a to dla tego że powiększając piérwszą liczbę powiększamy resztę, powiększając drugą liczbę zmniejszamy resztę, a że to powiększenie i zmniejszenie jest o tę samą liczbę więc się reszta nieodmienia.

Osobom które z téj książki dzieci uczyć zechcą radzę, aby starały się na wzór tu podanych przykładów, wieloma innemi prawdy powyższe objaśniać. Będzie to dla początkujących następnie bardzo pożyteczne.

Ogólne uwagi nad dodawaniem i odejmowaniem.

Jeżeli wypadnie czasami dodawać szereg bardzo długi liczb pod sobą podpisanych porządnie i podług prawideł wskazanych, dla uniknienia pomyłek radzę przekrajać że tak rzekę całą kolumnę liczb, na kilka mniejszych składających się z pięciu, sześciu, lub siedmiu lub tym podobnie, stosownie do nabranéj wprawy i tych kolumn cząstkowych poznajdować summy, które to summy potém razem zebrawszy otrzyma się na wypadek summę ogólną.

Nie źle byłoby także wprawiać dzieci, w dodawanie od razu wprzód liczbę jedności i dziesiątek; set i tysięcy i t. d. przez co wiele się zyska na czasie. Również jestem tego zdania aby dzieci mając dodawać *np*. 5, 6, 7, 8, są to liczby z samych jedności pojedyńczych złożone, zamiast wymawiać 5 a 6 jest 11, 11 a 7 jest 18, 18 a 8 jest 26. Od razu patrząc tylko na liczby dane dodając je w myśli mówiły 11, 18, 26.

Dla objaśnienia weźmiemy przykład następny dodawania.

3	54	56	
1	12	34	
5	67	89	
4	21	12	
	45	23	145591
	6	89	
	17	24	
	8	29	
3	49	45	7765
1	23	45	
	72	82	
207928			54572

daną kolumnę z 11 liczb złożoną dzielę na kolumn 3 z kolumny 1széj na summę

otrzymałem	14	55	91
z drugiéj		77	65
z trzeciéj	5	45	72
te razem zebrano	207928		

W piérwszéj kolumnie dodawałem po 2 cyfr razem to jest jedności i dziesiątki mówiąc 12 a 89 czyni 101, 101 a 34 czyni 135, 135 a 56=191 91 podpisuję przy końcu a 1 sto przydaję do set mówiąc: 21 a 1 daje 22, 22 a 67 czyni 89, 89 a 12 czyni 101. 101 a 54 czyni 155. Z tych 55 przypisuję do 91, a 1 dodaję do kolumny ostatniéj i mówię 1 a 4 czyni 5, 5 a 5 czyni 10, 10 a 1 daje 11, 11 a 3 daje 14 i to piszę obok 55.

Dla przekanania się, czyli w dodawaniu pomyłka nie zaszła, wypada to działanie dwa razy powtarzać, ale tak jeżeli w piérwszym razie zaczynaliśmy dodawać z dołu do góry, to w drugim razie dodawać należy z góry na dół, gdy z tak podwójnego dodawania otrzymamy summy równe, możemy być pewni żeśmy działanie dobrze odbyli.

Na przykład.

564	W pierwszym razie dodajemy z dołu.
1345	Jednostki 6 + 7 + 5 + 4 = 22
6307	Dziesiątki 8 + 0 + 4 + 6 = 18
286	Sta . . . 2 + 3 + 3 + 5 = 13
8502 summa	Tysiące 6 + 1 = 7

Drugi raz dodajemy z góry.

Jedności 4 + 5 + 7 + 6 = 22
Dziesiątki 6 + 4 + 0 + 8 = 18
Sta . . . 5 + 3 + 3 + 2 = 13
Tysiące 1 + 6 = 7

W obu tych razach wypadki są jednakowe a zatém wnieść z tego możemy, że działanie jest dobrze wykonane.

Drugi sposób sprawdzenia tego działania.

Weźmy ten sam przykład.

564	
1345	
6307	
286	
8502	
7	
1502	
13	
=202	
18	
=22	
22	
==	

Naprzód dodajemy zwyczajnym sposobem zaczynając od jednostek, otrzymamy na summę 8502; potém odbywamy dodawanie od jednostek najwyższych jak w obecnym przypadku od tysięcy.

Tych jest 7 które odjąwszy od 8502 pozostanie 1502. Następnie dodaję sta do siebie, tych jest 5 + 3 + 3 + 2 czyli 13, i to odejmuję od 1502, pozostaje 202 dalej dodaję dziesiątki 6 + 4 + 8 których jest 18 te odejmuję od 202 pozostaje 22, w końcu dodaję jedności 4 + 5 + 7 + 6 = 22, i odejmuję poczém nic nie pozostaje, więc przekonywamy się, że działanie dobrze jest uskutecznione.

Zamiast wypisywania tych cząstkowych zbiorów jak w obecnym razie 7, 13, 18, 22 lepiéj zaraz po ich otrzymaniu w myśli odejmować od sobie odpowiadającéj reszty.

564	7 tysięcy od 8 tysięcy zostaje 1
1345	13 set od 15 set zostaje 2
6307	18 dziesiąt: od 20 dziesiąt: zostaje 2 dzies:
286	22 jedności od 22 jedności nic nie zostaje.
8502	

Trzeci sposób sprawdzenia tego działania.

Przykład ten sam:

8502 składa się z czterech liczb 564 + 1345 + 6307 + 286. Którąkolwiek z tych czterech ostatnich liczb przekreśliwszy, a trzy pozostałe dodawszy do siebie otrzymamy na summę liczbę, która od summy pierwszéj widocznie różnić się będzie o liczbę w powtórném dodawaniu opuszczoną. Jeżeli więc pierwsze i drugie dodawanie dobrze było wykonane, to po odjęciu tych dwóch summ, na resztę koniecznie wypadnie liczba przekreślona.

5 6 4	
1 3 4 5	
~~6 3 0 7~~	
2 8 6	
8 5 0 2	pierwsza summa
2 1 9 5	druga summa
6 3 0 7	reszta równa liczbie przekreślonéj.

A zatém działanie nasze dokładne.

Wypada zadawać dzieciom stopniami i powoli coraz to dłuższe szeregi liczb, do dodawania, trzymając się wyłożonych dotąd prawideł i przestróg, przez co ich uwaga i pamięć wzmocnią się.

Sprawdzenia odejmowania.

564567
395678
168889 reszta czyli różnica
564567

albo 564567 liczba więk:
168889 reszta
395678 liczba mniej:

Liczba większa składa się z liczby mniejszéj więcéj resztą pozostałą, bo w saméj rzeczy gdy mam 5 a wydam 3 pozostanie mi 2. Aby więc na powrót otrzymać 5 trzeba do 2ch które mi się pozostały przydać to com wydał to jest 3 a tym samym będzie to co miałem wprzód to jest 5.

Z téj uwagi mamy łatwy sposób sprawdzenia tego działania, to jest dodaj do liczby mniejszéj resztę a otrzymasz liczbę większą. Albo odejmij od większéj liczby resztę a będziesz miał liczbę mniejszą na wypadek. W obu razach jeżeli na wypadek otrzymasz liczby zgodne, będziesz miał dowód żeś dobrze działanie wykonał.

Mnożenie.

Wzięcie jednéj liczby całkowitéj którą nazywać będziemy mnożną, razy tyle ile druga także całkowita, nazwana mnożnikiem, ma w sobie jedności nazywamy mnożeniem. Wypadek z tego działania zowie się iloczynem czyli mnogością.

Mnożenie zatém jest dodawaniem skróconém. Jakiego gatunku są liczby do dodawania dane takiego samego gatunku musi być summa. Z tego wniosek, iż mnogość czyli iloczyn musi być zawsze tego samego gatunku co mnożna, a druga liczba to jest mnożnik jest stale liczbą oderwaną i wskazuje tylko ile razy piérwsza to jest mnożna ma być wzięta.

Dla objaśnienia co poprzedziło weźmy następujące zadanie.

Jeżeli dostaję co dzień po 8 groszy, za 3 dni ile będę miał?

Za piérwszy dzień	8 gr.
Za drugi dzień	8 gr.
Za trzeci dzień	8 gr.
Razem będę miał summę tych trzech ósemek to jest:	24 gr.

W tym przykładzie 8 groszy powtórzyłem trzy razy i dodałem do siebie i z tego dodania otrzymałem groszy 24, które to 24 grosze w dodawaniu nazywają summą a w mnożeniu mnogością czyli iloczynem.

Ośm groszy jest mnożną a w dodawaniu osemki są liczbami danemi do dodawania. Liczba 3 wskająca ile w 24 jest ósemek i zowie się mnożnikiem.

Zmieńmy teraz naturę zagadnienia powyższego w ten sposób. Przypuściwszy że kto dostaje po trojaku czyli po groszy 3 dziennie ile ich uzbiéra za dni 8.

W zadaniu tém w porównaniu z piérwszém, zmienił się porządek pod względem mianowania liczb danych do mnożenia. Jakoż w pierwszym przykładzie 8 było liczbą mnożną i oznaczało grosze a 3 było mnożnikiem i zarazem liczbą ogólną czyli oderwaną, niemianowaną, wskazującą prosto ile razy ósemka groszy ma być wzięta, czyli do siebie dodana.

W drugim przykładzie przeciwnie trójka stała się mnożną i zarazem liczbą mianowaną, a 8 stało się mnożnikiem to jest liczbą ogólną czyli oderwaną i wskazującą, że 3 ma być wzięte 8 razy, czyli do siebie dodane. Wypadek jednak czyli mnogość i w pierwszym i w drugim razie jest jednakowy to jest 24 grosze.

Napiszemy teraz obok siebie te dwa przypadki.

I. Przypadek.	II. Przypadek.
8 gro: mnożna	3 gro: mnożna
3 mnożnik	8 liczba oderwana lub mnożnik.
24 gro: mnogość czyli iloczyn.	24 gro: mnogość lub iloczyn.

Jeszcze inaczéj piérwszy przypadek.

IIIIIIII raz
IIIIIIII drugi raz
IIIIIIII trzeci raz

razem 24 kresek z których każda podług zadania ma wyobrażać grosz jeden.

Inaczéj drugi przypadek.

III raz
III drugi raz
III trzeci raz
III czwarty raz
III piąty raz
III szósty raz
III siódmy raz
III ósmy raz

Razem 24 kresek z których każda podług zadania wyobraża grosz jeden.

Gdybyśmy mieli zadanie w ten sposób wysłowione. Ile uczyni 8 razy po 3 jedności, lub 3 razy po 8 jedności, na to odpowiemy że w pierwszym i drugim razie jednakowa będzie liczba na wypadek to jest 24, w saméj rzeczy:

Wypisawszy raz 8 kresek I, I, I, I, I, I, I, I,
drugi raz I I I I I I I I
trzeci raz I I I I I I I I

Wszystkich kresek summa czyni 24.

Szeregów poziomych jest 3 a w każdym z nich po 8 jedności, razem 24 jedności.

Szeregów pionowych jest 8 a w każdym po 3 jedności razem nie może być ani mniéj ani więcėj jak w piérwszym przypadku, bo to są te same kréski to jest: także 24.

Ztąd wypada ta ogólna prawda, że iloczyn bezwzględny z mnożenia liczb ogólnych otrzymany będzie zawsze ten sam, czy pomnożemy piérwszą z dwóch danych liczb przez drugą, lub drugą przez piérwszą.

Naprzykład 2 razy po 5 czyni 10. 5 razy po 2 czyni 10.

Żeby jednak dać uczuć dzieciom, że w rozwiązaniu zadań z życia potocznego, ważną jest rzeczą rozróżnić mnożną od mnożnika, które zupełnie co innego oznaczają, dawałem im podobne przykłady.

Henrysiu masz 10 jabłek leżących na stole w drugim pokoju zabrać dla siebie i przynieść je tu, ale pod tym warunkiem abyś za każdym razem wziął tylko po 2, ile razy musisz tam pójść abyś mógł je zabrać wszystkie.

Ponieważ tego rodzaju zadanie już rozwiązywały dzieci nie myśląc długo odpowiedział: że musiałby pójść do drugiego pokoju razy 5, aby wziął jabłka wszystkie tamże leżące.

A gdybyś brał po 5 na raz jeden, ile razy tam byś się udał?

Dwa razy odrzekł chłopczyna.

Powiedz że mi ile to czyni 5 razy po 2 jabłek i 2 razy po 5 jabłek?

Henryś. Dziesięć jabłek w pierwszym i drugim przypadku z tą tylko różnicą, że w pierwszym zadaniu mnożną jest 2 jabłek, a liczba 5 mnożnikiem, a 10 jabłek iloczynem.

W drugiem zadaniu 5 jabłek jest mnożną, a liczba 2 mnożnikiem, a 10 jabłek iloczynem.

Iloczyny tu są sobie równe co się znaczy że będę miał i podług pierwszego warunku i drugiego tę samę liczbę jabłek ale w pierwszym przypadku, muszę aż 5 razy tam i na powrót do drugiego pokoju biegać, abym te 10 jabłek dostał, a w drugim, pójdę tylko razy dwa, co nie jest to samo.

Aby można z dziećmi przystąpić z korzyścią do wykonywania działań nie tylko mnożenia ale i dzielenia na wszelkich liczbach całkowitych wypada, aby dobrze pojęły i nauczyły się tabliczki mnożenia, i przekonywały się na kreskach, ziarkach grochu, orzechach lub tym podobnych przedmiotach o prawdziwości wypadków. Postępując stopniami.

Cwiczenie I.

1 raz 1 jest 1	albo inaczej	1 raz 2 jest 2
2 razy 1 jest 2		1 raz 3 jest 3
3 razy 1 jest 3		1 raz 4 jest 4
4 razy 1 jest 4		1 raz 5 jest 5
i t. d.		i t. d.

1 jest połową 2ch
1 jest trzecią częścią 3ch
1 jest czwartą częścią 4ch
i t. d.

Albo: 1 mieści się w 2ch 2 razy
1 mieści się w 3ch 3 razy
1 mieści się w 4ch 4 razy
i t d.

Cwiczenie II.

2 razy po 2 czyni 4
2 razy po 3 czyni 6
2 razy po 4 czyni 8
2 razy po 5 czyni 10
2 razy po 6 czyni 12
2 razy po 7 czyni 14
2 razy po 8 czyni 16
2 razy po 9 czyni 18

2 jest tu wszędzie mnożnikiem; 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, mnożną; a 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18; iloczynem czyli mnogością.

To samo inaczej możemy napisać.

$2 \times 2 = 4$
$2 \times 3 = 6$
$2 \times 4 = 8$
$2 \times 5 = 10$
$2 \times 6 = 12$
$2 \times 7 = 14$
$2 \times 8 = 16$
$2 \times 9 = 18$

Co się czyta 2 pomnożone przez 2 czyni 4, czyli dwa razy po dwa czyni 4.

2 razy po 2 czyni 4 — $2 \times 2 = 4$
3 razy po 2 czyni 6 — $3 \times 2 = 6$

4 razy po 2 czyni 8	$4 \times 2 = 8$
5 razy po 2 czyni 10	$5 \times 2 = 10$
6 razy po 2 czyni 12	$6 \times 2 = 12$
7 razy po 2 czyni 14	$7 \times 2 = 14$
8 razy po 2 czyni 16	$8 \times 2 = 16$
9 razy po 2 czyni 18	$9 \times 2 = 18$
10 razy po 2 czyni 20	$10 \times 2 = 20$

Tu wszystkie dwójki w środku kolumny pionowéj umieszczone są mnożnemi. Piérwsze liczby po lewéj ręce w szeregu pionowym mnożnikami, iloczynami zaś są liczby w szeregu pionowym ostatnie.

Iloczyn 4, składa się z 2 razy po 2; czyli 4 ma w sobie 2 dwójek, czyli 2 jest połową 4, czyli 2 mieści się 2 razy w 4.

Iloczyn 6 składa się z 2 razy po 3, lub trzy razy po 2, czyli 6 ma w sobie 3 dwójek lub 2 trójek.

Ztąd wypada, że połowa 6 jest 3, a trzecia część 6 jest 2, a 2 w 6 mieści się razy 3.

Przykłady.

(a) Kiedy jedna bułka kosztuje 2 grosze, 6 bułek będzie kosztować 6 razy więcéj czyli 6 razy po 2 grosze czyli groszy 12.

(b) Gdy jedna bułka kosztuje 6 groszy, 2 bułek kosztować będzie dwa razy więcéj czyli dwa razy po 6 groszy czyli 12 groszy.

(c) Gdy jedna bułka kosztuje 2 grosze za 12 groszy dostanę tyle bułek ile dwójek czyli par groszy znajduje się w 12 groszach, lub ile 2 mieści się w 12, a zatém 6 bułek.

(d) Gdy jedna bułka kosztuje 6 groszy za 12 groszy dostanę tyle bułek ile szóstek groszy mieści się w 12, a że sześć mieści się w 12 razy 2, przeto kupię bułek 2, płacąc za każdą po groszy 6.

W dalszym ciągu obowiązkiem jest nauczyciela zadawać dzieciom podobnego rodzaju przykłady na wszystkie iloczyny, jak tu je wskazałem na 4 i 6.

Pytając się: 2 razy po 4 ile czyni? co jest mnożną, mnożnikiem, iloczynem; 4 razy po 2 ile czyni? co jest mnożną, mnożnikiem, iloczynem.

Ile dwójek mieści się w 8 lub ile razy 2 mieści się w 8, lub co jest połową 8.

Ile czwórek jest w 8, ile razy 4 mieści się w 8. Czwarta część 8 ile czyni?

Następnie biorąc iloczyny 10, 12, 14, 16, 18, 20. Powtarzać z dziećmi wypada z pamięci wszystkie powyższe pytania, zmieniając tylko co się samo przez się rozumie czynniki, nie pominąwszy za każdym razem zadań treści podobnej jak były pod literami a, b, c, d, podane:

Cwiczenie III.

3 razy po 3 czyni 9	Krócéj $3 \times 3 = 9$
3 razy po 4 czyni 12	$3 \times 4 = 12$
3 razy po 5 czyni 15	$3 \times 5 = 15$
3 razy po 6 czyni 18	$3 \times 6 = 18$
3 rary po 7 czyni 21	$3 \times 7 = 21$
3 razy po 8 czyni 24	$3 \times 8 = 24$
3 razy po 9 czyni 27	$3 \times 9 = 27$
3 razy po 10 czyni 30	$3 \times 10 = 30$

3 razy po 3 czyni 9	Krócéj $3 \times 3 = 9$
4 razy po 3 czyni 12	$4 \times 3 = 12$
5 razy po 3 czyni 15	$5 \times 3 = 15$
6 razy po 3 czyni 18	$6 \times 3 = 18$
7 razy po 3 czyni 21	$7 \times 3 = 21$
8 razy po 3 czyni 24	$8 \times 3 = 24$
9 razy po 3 czyni 27	$9 \times 3 = 27$
10 razy po 3 czyni 30	$10 \times 3 = 30$

Cwiczenie IV.

4 razy po 4 czyni 16	Krócéj $4 \times 4 = 16$
4 razy po 5 czyni 20	$4 \times 5 = 20$
4 razy po 6 czyni 24	$4 \times 6 = 24$
4 razy po 7 czyni 28	$4 \times 7 = 28$
4 razy po 8 czyni 32	$4 \times 8 = 32$
4 razy po 9 czyni 36	$4 \times 9 = 36$
4 razy po 10 czyni 40	$4 \times 10 = 40$

4 razy po 4 czyni 16	Krócej $4 \times 4 = 16$
5 razy po 4 czyni 20	$5 \times 4 = 20$
6 razy po 4 czyni 24	$6 \times 4 = 24$
7 razy po 4 czyni 28	$7 \times 4 = 28$
8 razy po 4 czyni 32	$8 \times 4 = 32$
9 razy po 4 czyni 36	$9 \times 4 = 36$
10 razy po 4 czyni 40	$10 \times 4 = 40$

Ćwiczenie V.

5 razy po 5 czyni 25	Krócej $5 \times 5 = 25$
5 razy po 6 czyni 30	$5 \times 6 = 30$
5 razy po 7 czyni 35	$5 \times 7 = 35$
5 razy po 8 czyni 40	$5 \times 8 = 40$
5 razy po 9 czyni 45	$5 \times 9 = 45$
5 razy po 10 czyni 50	$5 \times 10 = 50$
5 razy po 5 czyni 25	Krócej $5 \times 5 = 25$
6 razy po 5 czyni 30	$6 \times 5 = 30$
7 razy po 5 czyni 35	$7 \times 5 = 35$
8 razy po 5 czyni 40	$8 \times 5 = 40$
9 razy po 5 czyni 45	$9 \times 5 = 45$
10 razy po 5 czyni 50	$10 \times 5 = 50$

Ćwiczenie VI.

6 razy po 6 czyni 36	Krócej $6 \times 6 = 36$
6 razy po 7 czyni 42	$6 \times 7 = 42$
6 razy po 8 czyni 48	$6 \times 8 = 48$

6 razy po 9 czyni 54	$6 \times 9 = 54$
6 razy po 10 czyni 60	$6 \times 10 = 60$

6 razy po 6 czyni 36	Króćéj $6 \times 6 = 36$
7 razy po 6 czyni 42	$7 \times 6 = 42$
8 razy po 6 czyni 48	$8 \times 6 = 48$
9 razy po 6 czyni 54	$9 \times 6 = 54$
10 razy po 6 czyni 60	$10 \times 6 = 60$

Ćwiczenie VII.

7 razy po 7 czyni 49	Króćéj $7 \times 7 = 49$
7 razy po 8 czyni 56	$7 \times 8 = 56$
7 razy po 9 czyni 63	$7 \times 9 = 63$
7 razy po 10 czyni 70	$7 \times 10 = 70$

7 razy po 7 czyni 49	Króćéj $7 \times 7 = 49$
8 razy po 7 czyni 56	$8 \times 7 = 56$
9 razy po 7 czyni 63	$9 \times 7 = 63$
10 razy po 7 czyni 60	$10 \times 7 = 70$

Ćwiczenie VIII.

8 razy po 8 czyni 64	Króćéj $8 \times 8 = 64$
8 razy po 9 czyni 72	$8 \times 9 = 72$
8 razy po 10 czyni 80	$8 \times 10 = 80$

inaczéj

9 razy po 8 czyni 72	Króćéj $8 \times 8 = 64$
10 razy po 8 czyni 80	$10 \times 8 = 80$

Cwiczenie IX.

9 razy po 9 czyni 81 Krócéj $9 \times 9 = 81$
9 razy po 10 czyni 90 $9 \times 10 = 90$

inaczéj

10 razy po 9 czyni 90 Krócéj $90 \times 9 = 90$

Przy każdém z powyższych ćwiczeń wypada koniecznie przejść podobne pytania i zadania jakie były podane przy ćwiczeniu drugiém.

Nauczyciel dopóty z dziećmi takowe ćwiczenia powtarzać będzie na pamięć, urozmaicając je licznemi zadaniami z życia potocznego, dopóki nie nabędą dostatecznéj wprawy.

Mnożenie liczb złożonych.

Nim podamy prawidła na mnożenie liczb złożonych jakichkolwiek zastanowimy się pokrótce nad mnożeniem dziesitek, set, tysięcy i t. p.

10 razy po	10	czyni	100	}	W każdym z tych iloczynów jest tyle zer ile ich było w mnożnéj i mnożniku. *
10 razy po	100	czyni	1000		
10 razy po	1000	czyni	10000		
10 razy po	10000	czyni	100000		

* Mnożnik i mnożna razem wzięte nazywają się czynnikami.

100 razy po 10 czyni 1000
1000 razy po 10 czyni 10000

Dajmy że mamy znaleźć iloczyn z tych trzech liczb 2, 3, 4, czyli mamy pomnożyć $2 \times 3 \times 4 = 24$

Rozwiązanie.

2 razy po 3 czyni 6	3 razy po 2 czyni 6	2 razy po 4 czyni 8
4 razy po 6 czyni 24	4 razy po 6 czyni 24	3 razy po 8 czyni 24
4 razy po 2 czyni 8	3 razy po 4 czyni 12	3 razy po 4 czyni 12
3 razy po 8 czyni 24	2 razy po 12 czy: 24	3 razy po 12 czyni 24

Z tego przekonywamy się, że iloczyn z 3ch liczb jest zawsze ten sam czyli pomnożymy iloczyn z 2ch piérwszych przez ostatnią lub 2ch końcowych przez piérwszą liczbę, lub iloczyn dwóch skrajnych przez środkową.

Gdy mamy do mnożenia 4 liczby jakiekolwiek w takim razie podług tego co poprzedziło, powiemy że iloczyn z tych 4ch liczb równa się iloczynowi z 3ch którychkolwiek przez czwartą liczbę.

Iloczyn z 5ciu liczb równa się iloczynowi z 4ch którychkolwiek danych liczb przez piątą pozostałą i t. d.

W duchu powyższego prawidła wypada, że mając pomnożyć *np.* 100 przez $100 = 100 \times 10 \times 10 = 10000$; gdyż $100 = 10$ razy po 10; a że 100

$\times 10 = 1000$; a $1000 \times 10 = 10000$, a zatém 100 razy po 100 daje 10000.

Z tego wnieść teraz możemy, że mając pomnożyć jedność po któréj następuje pewna liczba zer przez jedność po któréj również jest pewna liczba zer, dosyć jest dla otrzymania mnogości; po jedności napisać tyle zer ile ich było w mnożnéj i mnożniku *np.* $1000 \times 10000 = 10000000$.

W pierwszym czynniku po jedności jest zer 3
W drugim „ po „ „ „ 4
a zatém w iloczynie musi być po jedności zer 7, czyli będzie 10 milionów.

Liczbę daną pomnożyć przez 10, 100, 1000, i t. p. jest to samo co wziąć ją razy 10, razy 100, razy 1000 i t. d. czyli powiększyć ją razy 10, 100, 1000 i t. p.

Aby dana liczba mogła stać się dziesięć razy większą, to trzeba w téj liczbie jedności zamienić na dziesiątki, dziesiątki zamienić na sta, sta na tysiące, tysiące na dziesięcio-tysiące i t. p. w tym celu dosyć będzie do liczby danéj dopisać 0, jakoż mając 124 pomnożyć przez 10 czyli wziąć tę liczbę razy 10, to trzeba liczbę 4 wziąć razy 10 będzie 40, czyli 4 dziesiątki, 2 dziesiątki wziąć razy 10 będzie 2 sta. Jedno sto wziąć razy dziesięć będzie jeden tysiąc.

Gdyż istotnie 124 jest toż samo co jedno sto, dwa dziesiątki i 4 jedności, powiększyć zatém

124, dziesięć razy, czyli wziąć 124, razy dziesięć, jest toż samo co wziąć 4 jedności dziesięć razy, 2 dziesiątki wziąć 10 razy, 1 sto wziąć razy 10. Tym sposobem jednostki zamieniają się na dziesiątki, dziesiątki na sta, sta na tysiące i będzie na iloczyn 1240.

Podobnież chcąc pomnożyć 124 przez 100 czyli liczbę 124 powiększyć razy 100, trzeba 4 jedności pomnożyć przez 100 będzie 4 sta, 2 dziesiątki pomnożyć przez 100 będzie 2 tysiące, 1 sto pomnożyć przez sto będzie 10 tysięcy.

Aby więc 124 jedności zamieniły się na 124 set, trzeba tak napisać 12400.

Aby 124 jedności zamienić na 124 tysiące, trzeba napisać tak 124000.

Ztąd prawidło: aby daną liczbę jakąkolwiek pomnożyć przez 10, 100, 1000 i t. d. dosyć jest do liczby danej dopisać jedno zero, dwa zera, trzy zera i t. d. i liczba w ten sposób zmieniona będzie iloczynem szukanym.

Pomnożyć 128 przez 3 jest to samo co 28 wziąć razy trzy. Będzie zatem:

Raz . . .	128
Drugi raz	128
Trzeci raz	128
Summa	384

Na tym przykładzie pokazuje się, że 8 jedności jest tu wzięte 3 razy co czyni 2 dziesiątki 4 jedności. — 2 dziesiątki jest tu wzięte 3 razy co czyni 6 dziesiątków, 1 sto jest tu wzięte 3 razy co czyni 3 sta. A summa wynosi razem 384

Ponieważ w ogólności pomnożyć liczbę całkowitą jakąkolwiek przez drugą jest to samo co ją wziąć tyle razy ile druga ma w sobie jedności; lub co na jedno wychodzi daną liczbę wypisać pod sobą tyle razy ile druga ma w sobie jedności, i następnie te liczby sobie zupełnie równe do siebie dodać; przeto widziemy że pewna liczba jednostek, następnie liczba dziesiątek, liczba set, i t. p. musi być każda z nich powtórzona tyle razy ile mnożnik ma w sobie jedności, a te cząstkowe zbiory czyli iloczyny zebrane razem dadzą koniecznie wypadek czyli mnogość szukaną.

Podług tego: mając pomnożyć 5621 przez 8. Postępuję tak:

5624	8 razy po 4 jedności daje 32 jedności,
8	2 jedności piszę pod jednościami a 3
44992	dziesiątki zachowuję do dziesiątków.

8 razy po 2 dziesiątki daje 16 dziesiątków a 3 pozostałych razem 19 dziesiątków, czyli 9 dziesiatków które piszę pod dziesiątkami na miejscu drugiém od prawéj ku lewéj ręce a jedno sto zachowuję do set.

8 razy po 6 set czyni 48 set a z pozostałych jedno sto razem 49 set;

czyli 9 set które piszę pod stami na miejscu trzeciém od prawéj ręki a 4 tysiące zachowuję do tysięcy.

8 razy po 5 tysięcy daje 40 tysięcy a z pozostałych 4 tysiące razem 44 tysiące, co wypisuję obok set, będzie więc na iloczyn 44992.

Taki to jest ogólny sposób postępowania w mnożeniu danéj liczby złożonéj, przez liczbę pojedynczą.

Jeżeli mnożnik będzie złożony z samych dziesiątków set, tysięcy i t. p. *np*. 80, 800, 8000, i t. p. w takim przypadku można ten mnożnik rozebrać na 8 wzięte razy 10 czyli 8×10; $800 = 8$ razy po 100; $8000 = 8$ razy po $1000 = 8 \times 1000$; a zatém daną liczbę jakąkolwiek chcąc pomnożyć przez 80, lub przez 800, lub przez 8000; będziemy ją naprzód w każdym z tych przypadków mnożyć przez 8, a iloczyn ztąd otrzymany pomnożemy przez 10, 100, 1000, czyli dodamy do otrzymanego poprzednio iloczynu, jedno zero, dwa zera, trzy zera.

Wracając się do przykładów:

5624	5624	5624	5624
8	80	800	8000
44992	449920	4499200	44992000

widzimy, że mnożna wszędzie jest jednakowa to jest 5624, mnożniki zaś są 10 razy jeden od drugiego większe, iloczyny więc muszą być 10 razy większe, to jest: drugi od piérwszego, trzeci od drugiego, czwarty od trzeciego dziesięć razy większy.

Gdy dzieci wprawią się dostatecznie w mnożenie liczb wszelkich przez liczby pojedyncze, wypada przystąpić do mnożenia liczb danych jakichkolwiek przez liczby złożone, a to w sposób następujący.

5648	mnożna	
239	mnożnik	
50832	(a)	
16944	(b)	(A)
11296	(c)	
1349872	(d)	

a) Piérwszy cząstkowy iloczyn z liczby 5648 przez 9.

b) Drugi cząstkowy iloczyn z liczby 5648 przez 3 dziesiątki.

c) Trzeci cząstkowy iloczyn z liczby 5648 przez 2 sta.

d) Summa ogólna wszystkich cząstkowych iloczynów czyli mnogość szukana.

Objaśnienie powyższego działania.

Mnożnik 239 składa się z 9 jedności, z 3ch dziesiątków czyli 3 × 10 i z 2ch set czyli 2 × 100. Liczba zatém mnożna musi być wzięta razy 9; potém trzydziesiątki a w końcu 2 sta razy, a summa tych cząstkowych iloczynów będzie mnogością czyli iloczynem dwóch liczb 5648 i 239.

Z mnożenia liczby 5648 przez 9 otrzymamy 50832 piérwszy cząstkowy iloczyn.

Następnie mamy pomnożyć liczbę daną przez 3 dziesiątki w tym celu mnożemy 8 jedności mnożnéj przez 3 dziesiątki, będzie 24 dziesiątków, z tych 4ch dziesiątków podpisujemy pod 3 dziesiątkami piérwszego cząstkowego iloczynu, a 2 sta zachowujemy dla dodania do set; 4 dziesiątki mnożnéj pomnożone przez 3 dziesiątki mnożnika dają 12 set a z pozostałemi 2ma czynią razem 14 set, z tych 4ch set podpisujemy pod 8 stami piérwszego iloczynu, a jeden tysiąc zachowujemy dla dodania do tysięcy; 6 set mnożnéj, pomnożone przez 3 dziesiątki daje 18 tysięcy a z pozostałym jednym tysiącem otrzymamy razem 19 tysięcy, z tych 9 tysięcy podpisujemy pod 0 tysięcy piérwszego cząstkowego iloczynu a jeden dziesiątek tysięcy zachowujemy dla dodania do dziesiątków tysięcy; 5 tysięcy mnożnéj, pomnożone przez trzy dziesiątki daje 15 dziesiątków tysięcy a z pozostałym jednym dziesiątkiem tysięcy uczyni razem 16 dziesiątków tysięcy które obok 9 tysięcy wypisujemy w całości, drugi zatém cząstkowy iloczyn równa się 16944 dziesiątków. W końcu wypada daną liczbę 5648 pomnożyć przez 2 sta. Zaczynamy od pomnożenia 8 jedności mnożnéj przez 2 sta i otrzymamy 16 set; z tych 6 set podpiszemy pod 4 stami drugiego cząstkowego iloczynu a jeden tysiąc zachowamy dla dodania do tysięcy; 4 dziesiątki mnożnéj wziąwszy 2 sta razy otrzymamy 8 tysięcy i te podpiszemy pod 9 tysiącami drugiego cząstkowego iloczynu; 6 set mnożnéj wzięte 2 sta razy będzie 12 dziesiątków tysięcy z tych 2 dziesiątków tysięcy podpiszemy pod 6 dziesiątkami tysięcy drugiego cząstkowego iloczynu, a 1 sto tysięcy zachowamy dla dodania do stu tysięcy; 5 tysięcy mnożnéj wzięte 2 sta razy otrzymamy 10 sto tysięcy a jedno sto tysięcy pozostałe czynią razem 11 sto tysięcy i te przypiszemy obok dwóch dziesiątków tysięcy, w trzecim cząstkowym iloczynie który będzie wynosił 11296 set.

Te wszystkie cząstkowe iloczyny to jest 50832 jednostek, 16844 dziesiątków i 11296 set podpisawszy pod sobą w porządku wskazanym przy prawidłach dodawania tak właśnie jak to na przykładzie pod Lit. A. uskuteczniliśmy, i potém je razem zebrawszy otrzymamy liczbę 1349872, która jest iloczynem 5648 przez 239.

Ogólne prawidło na mnożenie liczb całkowitych.

Dwie dane liczby do mnożenia podpisują się pod sobą zwykle tak, aby jedności były pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod stami i t. d. — i potém podkreślają się linijką poziomą.

1. Przez liczbę jednostek w mnożniku mnoży się cała mnożna a iloczyn ztąd otrzymany podpisuje się w porządku należytym pod linijką, co będzie pierwszym cząstkowym iloczynem.
2. Cała mnożna mnoży się przez liczbę dziesiątków znajdujących się w mnożniku, a ztąd otrzymany drugi cząstkowy iloczyn podpisuje się pod liczbą dziesiątków będących w pierwszym cząstkowym iloczynie.
3. Cała mnożna, mnoży się przez liczbę set znajdujących się w mnożniku, a iloczyn ztąd otrzymany podpisuje się pod liczbą set drugiego cząstkowego iloczynu.
4. Cała mnożna, mnoży się przez liczbę tysięcy (jeżeli są) znajdujących się w mnożniku, a iloczyn ztąd otrzymany podpisuje się pod liczbą tysięcy iloczynu cząstkowego trzeciego i t. d

W końcu te wszystkie cząstkowe iloczyny zbierają się razem w jednę summę która będzie iloczynem szukanym.

Uwaga. Zaledwie potrzeba tu wspomnieć mając wzgląd na to co poprzedziło, że, jeżeli w miejscu *np.* set w mnożniku będzie zero, w takim razie cząstkowy iloczyn trzeci z porządku będzie zerem, tego się więc nie wypisuje, ale za to czwarty z porządku iloczyn z pomnożenia całej mnożnej przez liczbę tysięcy mnożnika podpisuje się zaraz pod tysiącami cząstkowego drugiego iloczynu; ta przestroga stosuje się do wszystkich tym podobnych przypadków, co się jeszcze objaśni następującym przykładem.

$$\begin{array}{rl} 2483 & \text{mnożna} \\ 1004 & \text{mnożnik} \\ \hline 9932 & \\ 2483 & \\ \hline 2492932 & \text{iloczyn} \end{array}$$

Mnogość 2492932 składa się tylko z dwóch cząstkowych iloczynów lubo mnożnik ma 4 cyfry, pierwszy cząstkowy iloczyn jest 9932 $= 2483 \times 4$, drugiego i trzeciego cząstkowego iloczynu nie masz, bo w mnożniku nie masz dziesiątków i set, dopiero czwarty jest 2483 tysięcy, i te podpisaliśmy pod tysiącami pierwszego cząstkowego iloczynu.

2. Jeżeli mamy pomnożyć pewną liczbę całkowitą zakończoną na zera przez drugą także całkowitą zakończoną na zera, w takim przypadku mnożą się same liczby opuszczając zera a do iloczynu dopisuje się tyle zer ile ich było w obu czynnikach.

Przykład.

Pomnożyć 2630000 przez 2000.

Samo działanie.

$$\begin{array}{r} 2630000 \\ 2000 \\ \hline 5260000000 \end{array}$$

bo $2630000 = 263 \times 10000$
$2000 = 2 \times 1000$

a zatém $2630000 \times 2000 = 263 \times 2 \times 10000 \times 1000$; ponieważ $263 \times 2 = 526$ a $10000 \times 1000 = 10000000$, więc $263 \times 2 \times 10000 \times 1000 = 526 \times 10000000 = 5260000000$.

3. W mnożeniu liczb całkowitych można brać dowolnie mnożną za mnożnik i przeciwnie mnożnik za mnożną a iloczyn bezwzględny dwóch liczb będzie zawsze ten sam. Z tego to powodu powszechnie, dla otrzymania bezwzględnego iloczynu dwóch danych liczb, bierze się za mnożnik liczba mniej cyfr mająca, gdyż będziemy mieli mniej cząstkowych iloczynów a wypadek jednakowy.

Dzielenie liczb całkowitych.

Dzielenie służy do wynalezienia takiej liczby któraby pomnożona przez jednę z dwóch danych, wydała na iloczyn liczbę drugą.

Naprzykład Niech będą dwie liczby dane 24 i 6 znaleźć trzecią któraby pomnożona przez 6, wydała na iloczyn liczbę drugą to jest: 24.

Liczbą tą trzecią szukaną w obecnym przykładzie jest 4, gdyż 6 razy po 4 daje 24 Liczba 24 zowie się dzielną, 6 dzielnikiem, a 4 ilorazem.

Możnaby jeszcze powiedzieć, że dzielenie jest działaniem, za pomocą którego znajdujemy liczbę wskazującą ile razy jedna z dwóch danych mieści się w drugiej, jak w poprzedzającym przykładzie 24 składa się z 4 szóstek, a zatém jedna z nich mieści się w 24, razy 4.

Aby podług tego określenia znaleźć iloraz z podzielenia dwóch liczb całkowitych jakichkolwiek przez siebie, dosyć jest jednę z nich mniejszą odejmować od większéj dotąd, aż przyjdziemy do reszty zero, lub liczby mniejszéj od téj którąśmy odejmowali; liczba wskazująca ile razy odjęliśmy mniejszą z dwóch danych od większéj będzie ilorazem w piérwszym przypadku bez reszty, a w drugim z resztą pozostałą.

I tak: od 24
6 odejmuję raz
18 pozostaje
6 odejmuję drugi raz
12 pozostaje
6 odejmuję trzeci raz
6 pozostaje
6 odejmuję czwarty raz
nic nie pozostaje, a zatem w 24 mieści się sześć, razy cztery, czyli iloraz z podzielenia 24 przez 6 równa się 4.

Dla wskazania dzielenia dwoch liczb zgodzono się wypisywać nad linijką poziomą dzielną a pod linijką dzielnik *np.* $\frac{24}{6} = 4$, 24 jest dzielną, 6 dzielnikiem, a 4 ilorazem.

Nim przystąpimy do podania ogólnych prawideł na dzielenie liczb całkowitych, musimy sobie koniecznie przypomnić to wszystko cośmy powiedzieli o mnożeniu liczb całkowitych pojedyńczych. — I tak: 35 podzielone przez 7 daje na iloraz 5, to się znaczy że siódma część 35, jest 5 czyli że w 35 znajduje się siódemek 5.

Każdy który wyuczył się dokładnie ćwiczeń podanych na stronicy (83), od razu zgadywać będzie, że w 36 *np.* jest czwórek 9, a dziewiątek 4, czyli że 9 mieści się w 36 razy 4; a 4 w 36 mieści 9; jednem słowem kto zna gruntownie tabliczkę mnożenia, o której mowa, ten łatwo potrafi dzielić każdą liczbę z dwóch cyfr złożoną przez liczbę pojedyńczą *np.* 53 podzielone przez 6 daje nam iloraz 8 i zostaje się jeszcze 5 na resztę, bo w saméj rzeczy 6 w 48 jest 8, a 48 od 53 różni się o 5; powiemy więc że w 53 mieści się szóstek 8, i pozostanie na resztę 5.

Dzielenie przeto liczb dwu cyfrowych przez liczbę pojedyńczą, która się w zupełności w danych liczbach nie mieści, polega na rozebraniu w myśli liczby danéj do dzielenia na dwie inne, z którychby piérwsza była podzieloną przez dany dzielnik w zupełności a druga była mniejszą od dzielnika *np.* 65 podzielić przez 8.

Przypominam sobie z tabliczki mnożenia, że największy iloczyn liczby 8 przez inną i zarazem najbliższy i mniejszy od 65 liczby danej jest 64; a zatém 65 rozkładam na 64 + 1; 64 ma w sobie ósemek 8, powiemy więc że 8ma część 65 jest 8 i pozostanie na resztę 1.

Toż samo 78 podzielone przez 8 daje 9 i pozostanie na resztę 6, bo $8 \times 9 + 6 = 72 + 6 = 78$.

Rozbiór liczb od 1 do 100, którego wzór postępowania podaliśmy w rozdziale pierwszym; najwięcéj może się przyczynić do ułatwienia działania dzielenia, jak o tém mógł się czytelnik dostatecznie przekonać.

Dzielna jest liczbą złożoną jakąkolwiek, a dzielnik liczbą pojedynczą.

Ponieważ zachodzi ścisły związek między dzieleniem a mnożeniem co z saméj definicyi dzielenia jasno się okazuje; z uważania przeto tego cośmy o mnożeniu powiedzieli, przyjdziemy do wykrycia prawideł dzielenia.

Podzielna równa się iloczynowi dzielnika przez iloraz; jeżeli więc chcemy sprawdzić działanie dzielenia, wypada dzielnik pomnożyć przez iloraz a iloczyn ztąd otrzymany, (gdy dzielenie odbyło się bez reszty) musi być równy podzielnéj; a gdyby pozostała z dzielenia reszta, tę trzebaby dodać do iloczynu z dzielnika przez iloraz a summa równać się będzie podzielnéj.

Aby wykryć prawidła dzielenia liczby złożonéj przez pojedynczą, weźmy przykład mnożenia:

9364 mnożna
6 mnożnik
56184 mnogość.

Z tego działania wypada: że iloczyn 56184 składa się z cząstkowych iloczynów następujących.

1) z 6 razy wziętych 4 jedności; 2) z 6 razy wziętych 6 dziesiątków; 3) z 6 razy wziętych 3 set, i nakoniec po 4) z 6 razy wziętych 9 tysięcy czyli całkowity iloczyn składa się z czterech cząstkowych iloczynów odpowiadających czterem cyfrom mnożnéj. Odwrotnie więc mając dany iloczyn 56184, i jeden z jego czynników 6 aby znaleźć czynnik drugi, potrzeba starać się przynajmniéj w myśli rozebrać 56184 na cząstkowe iloczyny, z którychby piérwszy wyobrażał całkowitą liczbę tysięcy, drugi całkowitę liczbę set, trzeci całkowitą liczbę dziesiątków a czwarty całkowitę liczbę jedności; a biorąc każdego z tych iloczynów cząstkowych część szóstą i łącząc te ilorazy z sobą otrzymamy całkowity iloraz czyli czynnik drugi. Działanie to uskutecznia się:

Podzielna

56184 | 6 dzielnik
21 | 9364 iloraz
38
24
0

Pisząc dzielnik po prawéj stronie pedzielnéj przegradza się je od siebie linijką pionową, potém kreśli się linijka pozioma pod dzielnikiem i dalej postępujemy tak: bierze się od lewéj ręki dwie piérwsze cyfry wyobrażające 56 tysięcy, te uważamy za piérwszy cząstkowy iloczyn i dochodzimy ile razy liczba 6 mieści się w 56 tysiącach lub ile szóstek znajduje się w 56 tysiącach lub jaka liczba jest szóstą częścią 56 tysięcy; szóstą częścią 56 tysięcy jest 9 tysięcy; te się piszą pod dzielnikiem (jak to wskazano wyżéj) potém mnożę 9 tysięcy przez 6 a iloczyn 54 tysiące odejmuję od 56 tysięcy, pozostaje 2 tysiące które trzeba uważać jako za należące do drugiego cząstkowego iloczynu to jest set przez jedności, 2 tysiące jest to samo co 20 set, spuszczamy 1 sto z dzielnéj będzie razem 21 set; biorę szóstą część 21 set, to jest 3 sta wypisuję je obok 9 tysięcy ilorazu, potém mnożę 3 sta przez 6 dzielnik, iloczyn 18 set odejmuję od drugiego cząstkowego iloczynu; pozostaje 3 sta które należą do trzeciego cząstkowego iloczynu dziesiątków przez jedności.

Do reszty 3 set czyli 30 dziesiątków spuszczam 8 dziesiątków będzie razem 38 dziesiątków, czyli trzeci cząstkowy iloczyn wziąwszy tego cząstkowego iloczynu część szóstą, będzie na iloraz 6 dziesiątków, które pod dzielnikiem zaraz po 3 stach wypisuję, a następnie iloczyn 6 dziesiąt: ilorazu przez 6 jedności dzielnika to jest 36 dziesiątków odejmuję od 38 dziesiąt: dzielnéj i do pozostałéj reszty 2 dziesiątków spuszczam 4 jedności z dzielnéj otrzymamy razem 24 jedności, tych część szósta wynosi 4 jedności, które piszemy obok 6 dziesiątków ilorazu; a iloczyn 4×6 czyli 24 odjąwszy od 24 dzielnéj, nic nie pozostanie, co jest dowodem że liczba 6 mieści się w 56184 razy 9364; bo w saméj rzeczy, ze wszystkich tych pojedyńczych działań przekonywamy się do widoczności, żeśmy następnie od podzielnéj odejmowali, 6 razy po 9 tysięcy; 6 razy po 3 sta, 6 razy po 6 dziesiątków, 6 razy po 4 jedności, a że po odbyciu tych działań żadnéj nie otrzymaliśmy reszty ztąd wypada że 56184 równa się iloczynowi z 9364 przez 6.

Zadanie II. Jaki jest iloraz z liczby 25344 przez 6.

Rozwiązanie. Znaleźć iloraz dwóch poprzedzających liczb, jest to samo co podzielić 25344 przez 6; czyli wziąć liczby piérwszéj część szóstą czyli znaléźć liczbę trzecią sześć razy mniejszą od 25344 albo nakoniec znaléźć liczbę trzecią taką którąby pomnożona przez 6 wydała na iloczyn liczbę daną większą.

Liczba dana składa się z 2 dziesiątków tysięcy, 5ciu tysięcy, 3 set, 4 dziesiątków i 4ch jedności; wziąć zatém szóstą część całéj téj liczby jest to samo co wziąć szóstą część każdéj w szczególności liczby z których dana się składa i te szóste części razem obok siebie wypisać. Dwóch dziesiątków tysięcy nie mogę na 6 części równych podzielić aby każda z nich była liczbą całkowitą dziesiątków tysięcy; zamieniam je więc na tysiące których będzie 20 i dodaję następnie 5 tysięcy razem 25 tysięcy, szósta część 25 tysięcy jest 4 tysiące i zostaje jeszcze do podziału tysiąc jeden, czyli 10 set a że w danéj liczbie jest 3 set, przeto razem będzie ich 13, których część szósta wynosi set 2; i jedno sto czyli 10 dziesiątków zostanie się, do tych przydawszy z danéj liczby do podzielenia dziesiątków 4 razem będzie 14 dziesiątków, tych wziąwszy część szustą otrzymany na iloraz 2 dziesiątki czyli 20 jedności do czego przydawszy 4 jedności ostatnie z danéj dzielnéj będzie 24, których część szósta równa się 4 i nic nie zostanie.

Zebrawszy te cząstkowe ilorazy będzie:

1)	Szósta część	24 tysięcy	=	4000
2)	ditto	12 set	=	200
3)	ditto	12 dziesią:	=	20
4)	ditto	24 jedności	=	4

Ogółem 4224 jest czę: 6tą

24 tysięcy
Więcéj 12 set czyli 1 tysiąc + 2 set
Więcéj 12 dzies. czyli 1 sto + 2 dziesiątki
Więcéj 24 jedno: czyli + 2 dzie: 4 jed.

Razem 25 tysięcy 3 set 4 dzie: i 4 jed.
= 25344

Wziąwszy zatém dzielnik 6, razy 4224 otrzymamy niezawodnie na iloczyn, dzielną 25344.

6 dzielnik uważany za mnożnę
4224 iloraz uważany za mnożnika
24
12
12
24
25344 mnogość uważana za dzielną

W iloczynie tym jest cztéry cząstkowe iloczyny.

Możemy jeszcze to samo działanie wskazać tak jak w poprzedzającym przykładzie.

$$\begin{array}{r|l} 25344 & 6 \\ \cline{2-2} 13 & 4224 \\ 14 & \\ 24 & \\ 0 & \end{array}$$

Zadanie III. Podzielić 754264 przez 8.

Aby to działanie wykonać udajmy się do nowego sposobu uważania liczb.

Dzielna	7 set tysięcy	5 dzies. tysięcy	4 tysiące	2 sta	6 dziesiątków	4 jedności
Iloraz		9	4	2	8	3

Wziąć dzielnéj część ósmą, jest to samo, co wziąć 8mą część liczby z każdéj komórki.

I tak: naprzód widzimy że ósméj części 7 set tysięcy wziąć nie można pod warunkiem, aby każda była sta tysiącami, a zatém tę liczbę z komórki piérwszéj przenoszę do drugiéj zamieniwszy poprzednio sta tysiące na dziesiątki tysięcy, z 7 set tysięcy, będzie 70 dziesiątków tysięcy, a że już w drugiéj komórce jest ich 5 razem będzie 75 dziesiątków tysięcy, których część ósma równa się 9 dziesiątków tysięcy, co popomnożywszy przez 8, będzie 72 te odjąwszy od 75 dziesiątków tysięcy pozostanie jeszcze 3 dziesiątki tysięcy do podziału na 8 części. Z tego więc przekonywamy się że piérwsza cyfra ilorazu, ma za jednostkę dziesiątek tysięcy, a zatém iloraz składać się będzie z cyfr 5, bo do wyrażenia dziesiątków tysięcy potrzeba właśnie tyle znaków jak to już wiemy. Gdyby zaś piérwsza cyfra dzielnéj w miejscu 7, była liczba albo równa 8 albo od niéj większa, w takim razie można by jéj wziąć część 8mą któraby składała się z tych samych jednostek co ta liczba piérwsza dzielnéj. W ilorazie byłaby taka sama liczba cyfr co w dzielnéj, to jest jak w obecnym przypadku, piérwsza cyfra ilorazu byłaby z jednostek sto tysięcznych złożona.

Z tego rozumowania wyprowadziemy ogólne prawidło, że gdy dzielnik jest liczbą pojedynczą jakąkolwiek ale większą od piérwszéj cyfry po lewéj ręce dzielnéj, w takim przypadku ilozaz składać się będzie z liczby cyfr o jedność mniejszej, od liczby cyfr dzielnéj, *np.* jeżeli w dzielnéj będzie cyfr 6, to w ilorazie będzie ich tylko 5 i t. d. Gdy zaś dzielnik będzie albo równy albo większy od piérwszéj cyfry po lewéj ręce w dzielnéj, iloraz wtedy będzie się z takiéj saméj liczby cyfr składał z jakiéj składa się dzielna. To powiedziawszy, przejdźmy w dalszym ciągu do wynalezienia reszty cyfr ilorazu.

Z komórki drugiéj pozostało nam 3 dziesiątki tysięcy które nie można było rozdzielić na ośm części równych, a z których każda była z dziesiątków tysięcy złożona. W tym celu przenosimy te 3 dziesiątki tysięcy do komórki 3ciéj zamieniając je na same tysiace, co uczyni 30 tysięcy. A że w trzeciéj komórce jest tysięcy 4, razem ich będzie 34 tysiące, tych więc 8ma część czyni 4 tysiące; 8 × 4 czyni 32 co odjąwszy od 34 tysięcy pozostanie do podziału w téj komórce 2 tysiące.

Z komórki trzeciéj 2 tysiące zamienione na sta, których będzie 20 set i te wkładam do komórki 4téj, w któréj znajduje się już 2 set, razem więc będzie 22 set, tych część 8mą biorę, wypadnie na iloraz 2 sta, co przez siebie pomnożywszy będzie 16 set, te odjąwszy od 22 pozostanie 6 set, z których również mam wziąć część ósmą.

Z komórki czwartéj 6 set zamieniam na dziesiątki, których będzie 60 i te wkładam do komórki 5tej, a że w niej znajduje się już dziesiątków 6 razem 66, tych więc biorę część ósmą czyli 8 dziesiątków co pomnożywszy przez 8, wypadnie 64 dziesiątków, pozostanie więc 2 dziesiątki których mamy wziąć część ósmą.

Z komórki piątej 2 dziesiątki zamieniam na jedności, których będzie 20 i te wkładam w komórkę 6tą i ostatnią w której znajduje się 4 jedności czyli razem teraz będzie 24, ósma część 24 jest 3 jedności, i już nic do podziału nie zostanie. Liczby zatém 754264 część ósma składa się z 9 dziesiątków tysięcy, 2ch set, 8 dziesiątków i 3 jedności, czyli razem 94283 to jest iloraz składa się z 5 cyfr, a dzielna z 6 cyfr, chcąc działanie sprawdzić, dosyć będzie, wziąć tę liczbę 94283 razy 6 a otrzymamy na iloczyn niezawodnie 754264 dzielną.

Powyższe działania dzielenia możemy tak jeszcze napisać:

Dzielna.	Dzielnik.
754262	8
34	94283 iloraz
22	
66	
24	
0	

Zadanie IV. Czemu się równa iloraz z podzielenia dwóch liczb 364527 przez 9.

Rozwiązanie. 364527 | 9
45 | 40503
27
0

Ponieważ w tym przykładzie piérwsza cyfra dzielnéj jest mniejsza od dzielnika, przeto iloraz składać się będzie o jednę cyfrę mniéj jak dzielna to jest z cyfr 5.

Dziewiąta część 36 dziesiątków tysięcy, jest 4, które podpisuję na piérwszém miejscu pod dzielnikiem, co wyobraża mi 4 dziesiątków tysięcy; tę liczbę mnożę przez dzielnik 9, a iloczyn 36 ztąd otrzymany odejmuję od 36 dziesiątków tysięcy dzielnéj i nic nie pozostanie, spuszczam liczbę 4 tysiące; 9 w 4 tysiącach nie mieści się, a zatém obok 4 dziesiątków tycięcy w ilorazie w miejscu tysięcy piszę 0, dla pokazania że niemasz jednostek tysiącowych, do 4 tys ęcy dzielnéj spuszczam 5 set razem będę miał 45 set, tych część 9ta czyni 5 set, które wypisuję przy tysiącach w ilorazie. następnie mnożę je przez 9, iloczyn 45 odejmuję od liczby odpowiadającéj, na resztę będzie 0, daléj spuszczam 2 dziesiątki, tych nie mogę wziąć części 9téj aby każda z nich była dziesiątkiem — dla pokazania więc że dziesiątków w ilorazie nie masz piszę 0, i spuszczam do 2 dziesiąt: dzielnéj 7 jedności, razem będę miał 27 jedności, których część 9ta jest 3 te wypisuję obok dziesiątków w ilorazie, następnie mnożę je przez 3, iloczyn 27 odejmuję od 27 dzielnéj, na resztę otrzymam 0. Całkowity więc iloraz będzie 40503.

Zadanie V. Znaleźć iloraz liczby 631567 podzielonéj przez 7

W praktyce, dzielenie liczby jakiéjkolwiek przez liczbę pojedyńczą skraca się w ten sposób, podkreśliwszy dzielną: mówi się 7ma część 63 jest 9, które się podpisują jako iloraz pod linijką,

634567 (7
90652 iloraz
więcéj reszta 3.

7 razy 9 czyni 63, co się w myśli odejmuje od 63 zostanie nic, następnie biorę 7mą część 4ch tysięcy, wypada na iloraz 0 tysięcy, zamieniam 4 tysiące na sta do nich przydaję w myśli set 5 dzielnéj, będzie razem 45 set; tych część 7ma jest 6 set, te wypisuję w ilorazie w miejscu właściwém, mnożę z pamięci 6 przez 7, iloczyn 42 odejmuję od 45, resztę 3 sta zamieniam na dziesiątki i przydaję dziesiątków 6, razem będzie 36 dziesiątków, tych część 7ma czyni 5 te wypisuję w ilorazie, mnożę 5 dziesiątków przez 7, iloczyn 35 odejmuję od 36, pozostały dziesiątek zamieniam na jedności i przydaję 7 będzie 17; tego biorę część 7mą iloraz 2, piszę obok 5 i następnie mnożę 2 przez 7 iloczyn odejmuję od 17, pozostanie na resztę 3. Całe to działanie od-

bywa się z pamięci. Iloraz znaleziony 90652
pomnożywszy przez 7 otrzymamy 634564
do czego przydawszy resztę 3

Będzie 634567 dzielna

Przypadek drugi dzielenia.

Dzielna i dzielnik są liczbami złożonemi.

Podzielić 16416 przez 24.

Ilorazem tych dwóch liczb, będzie liczba wskazująca ile razy 24 mieści się w 16416, czyli ile-razy liczba 24 mniejsza od 16416, czyli liczba będąca 24tą częścią 16416. Aby ją wyznaczyć rozumować będziemy w ten sposób.

Dzielna składa się z 1 dziesiątka tysięcy + 6 tysięcy + 4 set + 1 dziesiątek + 6 jedności. Wziąć część 24tą całej tej liczby jest to samo co wziąć każdej w szczególności część 24tą.

1) 24tej części z jednego dziesiątka tysięcy wziąć nie można, ale tak aby ta część 24ta była dziesiątkami tysiący. Zamieniam więc ten jeden dziesiątek tysięcy na tysiące, będzie ich 10, i do nich przydaję z porządku 6 tysięcy, razem 16 tysięcy.

2) 24tej części 16 tysięcy, wziąć nie mogę, aby otrzymać na każdą z tych części tysiące, zamieniam je więc na sta, których będzie 160

do tych przydaję 4 sta z porządku, razem 164 set.

3) 24tą część 164 set mogę już wziąć, tych będzie 6 set całych, które pomnożywszy przez 24 otrzymam 144 set, te odjąwszy od 164 set, pozostnie 20 set, których części 24téj już wziąć nie mogę, wtém założeniu aby każda z nich była stami, zamieniam je więc na dziesiątki i dodaję z danéj liczby 1 dziesiątek będzie ich razem 201.

4) 24ta część 201 dziesiątków jest 8 dziesiątków te mnożę przez 24, otrzymam na iloczyn 192, którą to liczbę odejmuję od 201, zostanie się na resztę 9 dziesiątków, których wziąć nie mogę części 24téj aby każda była dziesiątkiem, zamieniam je więc na jedności i przydaję do nich jedności 6 dzielnéj, razem 96.

5) 24ta część 96 jedności jest zupełnie 4, te mnożę przez 24 będzie 96, odejmuję od 96 jedności i nic nie pozostaje.

Powtórzenie. Liczba dana w skutku tego rozumowania została rozebrana na 164 set czyli 144 set+20 set=144 set+200 dziesiątków; 16 równa się 1 dziesiąt: 6 jedności, czyli cała dzielna składa się teraz z 144 set + 201 dziesiątków + 6 jedności = 144 set + 192 dziesiątków + 96 jedności.

24ta część 144 set = 6 set
24ta część 192 dzies. = 8 dziestkom
24ta część 96 jedn. = 4 jedności

więc 24ta część 16416 = 684 i to jest ilorazem szukanym.

Dzielna w przykładzie powyższym składa się z 5ciu cyfr, a dzielnik z 2ch cyfr. Liczba jedno cyfrowa przez liczbę dwu cyfrową dzielona, nigdy na iloraz wydać nię może liczby całej. Liczba dwu cyfrowa dzielona przez dwu cyfrową musi być koniecznie większą od dzielnika aby choć raz dzielnik w sobie mieścić mogła. Z tych uwag wypływa sposób bardzo łatwy przekonania się z ilu liczb składać się powinien iloraz z podzielenia dwóch liczb złożonych jakichkolwiek, dosyć jest od ręki lewéj ku prawéj odciąć tyle cyfr, aby liczba ztąd utworzona, mogła być podzieloną przez dzielnik, do pozostałéj liczby cyfr dzielnéj przydajmy jedność to będzie liczbą cyfr ilorazu; — *np.* w obecnym przykładzie 24 dzielnik nie mieści się ani w jednéj cyfrze ani w dwóch piérwszych cyfrach dzielnéj, tylko dopiéro w 3ch piérwszych, a że te trzy piérwsze cyfry razem wzięte, wyobrażają liczbę set; a zatem piérwsza cyfra ilorazu będzie wyobrażać sta czyli iloraz składać się będzie z 3ch cyfr.

Ogólne prawidło na dzielenie liczb całych.

```
 Dzielna.  Dzielnik.
 12567894 | 6734
  6734    |--------
 -------- | 1866 iloraz
  58338
  53872
  ------
   44669 .
   40404
   ------
  =42654
   40404
   ------
  =2250 reszta
```

Dzielna składa się tu z 8 cyfr a dzielnik z czterech.

a) 6734 nie mieści się ani w 1 dziesiątku milionów, ani w 12 milionach ani w 125 stu tysiącach ani w 1256 dziesiątków tysięcy, rozumie się, aby na jedną sześcio-tysięczną siedemsetną trzydziestą czwartą część, otrzymać można w pierwszym razie dziesięcio miliony, w drugim miliony, w trzecim sta tysiące, a w czwartym dziesięcio tysiące; ale dopiero w 12567 tysiącach, 6734 mieścić się może. Ztąd wypada że na pierwszą cyfrę w ilorazie otrzymamy tysiące a zatém iloraz składać się będzie z 4ch cyfr.

b) Aby dojść ile razy 6734 mieści się w 12567, zgadujemy naprzód ile razy 6 tysięcy mieści się w 12 tysiącach, (przypuszczam w myśli że w miejsce 7, 3, 4 dzielnika są zera, i w miejsce 5, 6, 7 dzielnej są także zera) w takim razie 6 tysięcy w 12 tysiącach pójdzie razy 2, gdy się wrócimy do liczb prawdziwych tak w dzielnéj jak w dzielniku postrzeżemy, że liczba 6734 wzięta dwa razy da więcéj jak 13 tysięcy, bo po 6ciu tysiącach dzielnika następuje 7 set które wzięte dwa razy daje już 1400; z tego przekonywamy się iż liczba 6734 mieści się tylko raz, co odjąwszy od części dzielnéj pozostanie 5833 tysięcy, te zamieniamy na sta, przydając 8 z dzielnéj będzie 58338 set.

c) Aby się przekonać ile razy ta ostatnia liczba set zawiéra w sobie 6734 czyli część 6734ta powyższéj liszby ile da? znowu sobie skracamy robotę mówiąc, 6 tysięcy w 58 tysiącach poszłoby 9, ale mając wzgląd na rzeczywistą wielkość dzielnéj i dzielnika, przekonywam się że ten iloraz jest za wielki, bo 6731 × 9 czyli 60906. Zamiast więc 9 na iloraz bierzemy 8 set i te piszemy pod dzielnikiem; 6731 razy po 8 daje 53872 set które podpisujemy pod cząstkową dzielną 58338, podkreślamy i odejmujemy, pozostanie na resztę do podziału 1466 set, te zamieniamy na dziesiątki i dodajemy do nich z dzielnéj głównéj 9 dziesiątków będzię razem 14669 dziesiątków.

d) Tych 44669 dziesiątków trzeba wziąć część

6734tą czyli co na jedno wychodzi znaleźć liczbę wskazującą ile razy ten dzielnik, w cząstkowéj dzielnéj mieści się. Ponieważ dzielnik jest większy od półsiódma tysiąca, przeto można przepuścić, że mamy dzielić przez 7000. 7 tysięcy w 44 tysiącach mieści się razy 6; a zatém i 6734 liczba mniejsza od 7000 mieścić się będzie w 44669 także razy 6, te 6 dziesiątków podpisujemy pod linijką na 3ciém miejscu z porządku, następnie mnożemy je przez dzielnik 6734; iloczyn 40404, odejmujemy od drugiéj częściowéj dzielnéj, i otrzymamy na resztę 4265 dziesiątków, te zamieniamy na jednostki, przydając do nich pozostałe 9 jedności z głównéj dzielnéj, razem 42659.

e) W 42659 dzielnik, mieści się razy także 6 co piszemy w ilorazie, daléj mnożemy 6 przez 6734 iloczyn 40401 odejmujemy od 12659, pozostanie w końcu 2250 jedności, które na 6731 części równych w całości podzielić się nie dadzą.

Chcąc się przekonać czyli działanie dobrze uskutecznione zostało, dosyć jest otrzymany iloraz 1866 pomnożyć przez dzielnik 6731 a do iloczynu przydać resztę pozostałą 22 0, summa niewątpliwie równa być musi podzielnéj.

6734
1866
40404
40404
53872
6734
12565644 iloczyn ilorazu przez dzielnik
2250 reszta z dzielenia.
12567894 dzielna, która jak widzimy z samego działania mnożenia składa się:

z 6734 tys:	ta liczba podz.	przez	6734	daje	1	tys:
z 53872 set	„	„	„ ditto	„	8	set
z 40404 dzie:	„	„	„ ditto	„	6	dzie:
z 40404 jedn:	„	„	„ ditto	„	6	jed:

Abyś dwie liczby całkowite podzielił przez siebie, napisz dzielnik po prawéj stronie dzielnéj, rozłącz je linijką pionową, i podkréśl dzielnik linijką poziomą.

To uskuteczniwszy, weź z lewéj strony dzielnéj tyle cyfr, ile ich jest w dzielniku, albo o jednę więcéj, jeżeli ogół piérwszych tych cyfr jest mniejszy od dzielnika, tym sposobem otrzymasz *piérwszą cząstkową dzielnę*, któréj ostatnia cyfra po ręce prawéj wyobraża, najwyższego rzędu jednostki ilorazu. *Szukaj ile razy ta cząstkowa dzielna zawiéra w sobie dzielnik.* (Ten iloraz

otrzymuje się przez próby, uważając piérwszą lub dwie piérwsze cyfry po lewéj stronie dzielnéj, i piérwszą cyfrę lub dwie piérwsze po lewéj stronie dzielnika.) *Otrzymany iloraz, wypisz pod dzielnikiem, pomnóż dzielnik przez tę cyfrę i odejmij iloczyn od piérwszéj cząstkowéj dzielnéj.* Obok reszty ztąd otrzymanéj spuść następującą cyfrę dzielnéj, i będziesz miał *drugą cząstkową dzielną, szukaj jak poprzednio ile razy ta druga dzielna cząstkowa zawiéra w sobie dzielnik i napisz ten nowy iloraz po prawéj stronie piérwszego; pomnóż dzielnik przez ten drugi iloraz i odejmij iloczyn od drugiéj cząstkowéj dzielnéj.* Spuść i napisz obok téj drugiéj reszty, następującą cyfrę dzielnéj i będziesz miał trzecią dzielną cząstkową, z którą postąpisz tak samo jak z poprzedzającą.

Taki szereg działań pociągniesz póty, dopóki nie spuścisz ostatniéj cyfry dzielnéj, pamiętając przy każdém działaniu napisać iloraz otrzymany po prawéj stronie poprzedzającego; aby temuż nadać prawdziwą wartość. Jeżeli po tych wszystkich działaniach nic nie pozostanie, wówczas dzielenie było zupełne Jeżeli zostanie się jaka z tego działania reszta, potrzeba ją w sprawdzeniu dodać do iloczynu dzielnika przez iloraz znaleziony.

Oswoiwszy się dobrze z różnemi częściami wskazanego postępowania, można znacznie skrócić cząstkowe działania, wykonywając za jednym zachodem mnożenie i odejmowanie cząstkowe, co pokażemy w następującym przykładzie.

Podzielić 9639475 przez 2789.

Biorę naprzód 4 pierwsze cyfry z lewéj strony dzielnéj, ponieważ takowe zawierają w sobie dzielnik; i dzielę 9639 przez 2789 albo prosto 9 przez 2 wypada 4 na iloraz; lecz ta cyfra jest za wielka, albowiem mając tylko wzgląd na dwie pierwsze cyfry dzielnika z lewéj strony widzę że 4 razy 27 daje 108 liczbę większą od 96; probuję czy 3 nie będzie tym ilorazem, i przekonywam się, że gdy 3 razy 27 daje 81 liczbę mniejszą od 96, jestem prawie pewny, że 3 jest prawdziwą cyfrą tysięcy w ilorazie, które wypisuję pod dzielnikiem.

9639475	2789
12724	3456
15687	
17425	
reszta 691	

To założywszy, zamiast mnożyć 2789 przez 3 a iloczyn podpisać pod 9639 w celu go odjęcia, działam w sposób następujący: mówię 3 razy 9 czyni 27. Odejmują 27 od 9 (ostatniéj cyfry z prawéj strony 9639cin) co być nie może, przypuszczam, że 9 jest powiększone o 2 dziesiątki co daje 29 i odejmuję 27 od 29 pozostaje 2, które podpisuję pod 9639 poprzednio podkreśliwszy tę liczbę linijką uważajmy teraz że 2 dziesiątki dodane, rzeczywiście były wzięte z 3ch dziesiątków dzielnéj sposobem pożyczanym z których teraz pozostał tylko 1 dziesiątek, lecz to na to samo wyjdzie co zachować dwa dziesiątki z 27; w celu ich przyłączeniu do iłoczynu z 3ch dziesiątków dzielnika przez iloraz 3 i odjęcia wszystkiego od dziesiątków dzielnéj 9639.

Podług tego powiadam daléj, 3 razy 8 czyni 24 a 2 z pozostałych daje 26; 26 od 3 nie można, lecz pożyczając 3 sta od cyfry set, otrzymuję 33 a 26 od 33 daje na resztę 7 które podpisuję pod 3 dzielnéj cząstkowéj; i zatrzymuję prócz tego 3 sta.

3 razy 7 czyni 21, a 3 pozostałych daje 24; 24 od 6 nie można, lecz 24 od 26, pozostaje 2, co piszę pod 6 dzielnej cząstkowéj i zachowuję 2 tysiące.

Nakoniec 3 razy 2 czyni 6, a 2 pozostałych dają 8; 8 od 9 pozostaje 1 co podpisuję pod 9.

Pozostaje więc 1272; obok téj liczby spuszczam cyfrę 4 dzielnéj, i otrzymam drugą cząstkową dzielną 12724.

W 12721, ile razy mieści sie 2789, lub w 12 ile razy mieści się 2? Odpowiedź 6 razy; lecz 6 nawet 5 jest za wiele, jak to łatwo się przekonać, piszę więc 4 z prawéj strony 3 w ilorazie i mówię 4 razy 9 czyni 36; 36 od 4 nie można odjąć, lecz 36 od 44 pozostaje 8 co piszę pod 4 i zachowuję 4.

padku iloraz takąż samą liczbą razy będzie większy lub mniejszy od pierwszego swego stanu; *np.* dzielnik stały 6, dzielna pierwiastkowa 36, w drugim przypadku jest 72 lub 18; iloraz w pierwszym stanie będzie 6, w drugim 12, a w trzecim 3, to jest dzielna dwa razy większa dała iloraz 12 czyli liczbę dwa razy większą od 6; dzielna 18 dwa razy mniejsza dała na iloraz 3 czyli liczbę dwa razy mniejszą.

Nakoniec, dzielną i dzielnik, pomnożywszy lub podzieliwszy razem przez jednakową liczbę iloraz zupełnie będzie taki sam jaki był z dwóch danych liczb przed ich pomnożeniem lub podzieleniem, bo mnożąc dzielną *np.* przez 2, iloraz powiększyłby się razy dwa, gdy dzielnik został nietknięty, mnożąc dzielnik także przez 2 iloraz ten drugi od pierwszego byłby dwa razy mniejszy; gdy się więc iloraz raz powiększa drugi raz zmniejsza o tę samę liczbę razy, przeto się nie odmieni; *np.* 36 przez 12 iloraz jest 3 pomnożywszy dzielnik i dzielną przez 3 będzie 108 przez 36 daje na iloraz także 3, lub dzieląc 36 i 12 *np* przez 4, będzie 9 przez 3 daje także 3.

Z tego jeszcze cośmy dopiero powiedzieli wypada, że gdy w dzielnéj i w dzielniku znajdują się zera, można je wymazać tak w dzielnéj jak i w dzielniku, byleby jednakową liczbę zer iloraz się nie zmieni; *np.* dzielić 5000 przez 200 jest to samo co dzielić 50 przez 2, bo odmazując dwa zera w dzielnéj, zmniejszyliśmy ją przez to razy 100, odmazując znów w dzielniku także dwa zera, zmniejszamy go razy 100, iloraz nie zmienny pozostaje.

Jeżeli tylko dzielnik zakończony będzie na zera, a dzielna nie, w takim razie dosyć te zera opuścić w dzielniku, a w dzielnéj od prawéj ku lewéj ręce odjąć tyle cyfr ile było zer w dzielniku i dzielić resztę cyfr zwyczajnym sposobem, otrzymawszy na iloraz pewną liczbę całkowitą, a do reszty pozostałéj z tego dzielenia spuścimy cyfry odcięto, i te będą razem resztą zupełną; *np.* podzielić 456784 przez 64000 znaczy to samo co podzielić.

456784	64
448	7 iloraz

=8784 reszta, do podzielenia nie przez 64 ale przez 64000; cały dzielnik.

O tym przypadku dzielenia powiemy obszerniéj i dokładniéj mówiąc na swém miejscu o działaniach z ułamkami dziesiętnemi.

Aby dzieci wprawić powoli w odbywanie szybkie tego działania, radzę nauczycielom, zaczynać od przykładów z małéj liczby cyfr złożonych przywiązując do nich zawsze jakieś zadanie z życia potocznego. Stopniami potém iść do przykładów coraz zawikłańszych, niespuszczając jednak z uwagi téj okoliczności aby się dzieci za każdym razem tłomaczyły w sposób wyżéj wskazany dla czego tak a nie inaczéj postępują w wykonywaniu tego działania.

Uczenie bowiem prawideł na pamięć na nic się nie przyda; nie są one tak trudne, aby ich zrozumieć i pojąć dzieci nie mogły, zależy to tylko od zręczności nauczyciela, który jeżeli się przejmie duchem przedmiotu i poprzednio przeczyta z rozwagą co mu tu przepisano, nie zawodnie nie dozna najmniejszej przeszkody w udzielaniu swych wiadomości pod względem rachunkowym i uprzyjemni dzieciom nabycie tego przedmiotu, tyle ważnego w każdém powołaniu.

Sprawdzenie mnożenia.

Sprawdzenie tego działania, może się uskutecznić za pomocą dzielenia, bo w saméj rzeczy iloczyn równa się mnożnéj pomnożonéj przez mnożnik; jeżeli więc podzielimy mnogość czyli iloczyn przez jeden, z czynników to jest przez mnożnik lub mnożną, otrzymać powinniśmy czynnik drugi, który jeżeli rzeczywiście otrzymamy będzie to dowodem, że działanie dobrze jest zrobione; dodać tu wypada jednak uwagę, że sposób ten wtedy tylko służyć będzie mógł za dowód, kiedy dzielenie bez błędu wykonaném było.

Przykład. 14 pomnożone przez 15 daje na iloczyn 210; 210 podzielone przez 15 daje na iloraz 14 drugi czynnik; toż samo 210 podzielone przez 14, daje na iloraz 15.

Uwagi ogólne tyczące się mnożenia i dzielenia.

1. Iloczyn dwóch liczb dowolonych całkowitych chcąc powiększyć pewną liczbę razy, dosyć jest powiększyć jeden z jego czynników, to jest mnożną lub mnożnik o tę samą żądaną liczbę razy.

Przykład.

15	mnożna
6	mnożnik
90	iloczyn

Chcąc zamiast iloczynu 90, otrzymać iloczyn 8 razy większy; dosyć będzie albo mnożną powiększyć razy 8 a zostanie ten sam mnożnik, albo mnożną zostawić nietkniętą, a mnożnik 6, powiększyć 8 razy; i w pierwszym i w drugim przypadku otrzymamy iloczyn 720, to jest 8 razy większy od iloczynu 90.

Jakoż 120 lub 15

$$\begin{array}{r} 120 \\ 6 \\ \hline 720 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ 48 \\ \hline 120 \\ 60 \\ \hline 720 \end{array}$$

Wypadki powyższe są same z siebie widoczne.

2. Powiększywszy mnożną razy *np.* 4 a mnożnik razy 3 iloczyn będzie 12 razy większy, od tego jakibyśmy otrzymali przed powiększeniem.

Przykład. $\begin{array}{r} 8 \\ 9 \\ \hline 72 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{rl} 8 \times 4 = 32 & \text{nowa mnożna} \\ 9 \times 3 = 27 & \text{nowy mnożnik} \\ \hline 224 & \\ 64 & \\ \hline 864 & \text{nowy iloczyn} \end{array}$

$= 72 \times 12$ to jest iloczyn nowy 864 jest od 72 iloczynu danego 12 razy większy.

Objaśnienie. Początkowo mieliśmy do pomnożenia 8×9 i otrzymaliśmy na iloczyn 72.

W drugim razie zamiast 8 mnożnej, mamy 8×4, a zamiast mnożnika 9, mamy 9×3 czyli zamiast mnożenia 8 przez 9, mamy pomnożyć iloczyn 8×4 przez iloczyn 9×3 (ob. st. 87 co się równa $8 \times 4 \times 9 \times 3 = 8 \times 9 \times 4 \times 3 = 8 \times 9 \times 12 = 72 \times 12$, czyli że nowy iloczyn od dawnego jest 12 razy większy.

3. Gdybyśmy jeden z dwóch czynników danych do mnożenia zamiast powiększać zmniejszali pewną liczbę razy, w takim przypadku iloczyny zamiast się powiększać o tę samą liczbę razy zmniejszać się będą. Gdyby zaś oba czynniki o pewną liczbę razy każdy zmniejszony został, w takim przypadku iloczyn zmniejszy się tyle razy, ile jest jedności w liczbie przez którą podzieliliśmy czynnik pierwszy, pomnożone przez liczbę jedności zawartych w drugim dzielniku, przez który dzieliliśmy czynnik drugi.

Przykłady: I.

564 pierwszy czynnik
28 drugi czynnik
4512
1128
15792 iloczyn.

II.

141 Czynnik pierwszy 4 razy mniejszy od danego 564.
28 Drugi czynnik niezmienny,
1128
282
3948 Iloczyn nowy będący tylko czwartą częścią 15792 iloczynu pierwiastkowego.

III.

564 *Piérwszy czynnik niezmienny.*
7 *Czynnik drugi 4 razy mniejszy od 28 czynnika danego.*

3948 *Iloczyn nowy 4 razy mniejszy od iloczynu piérwiastkowego pod I. numerem.*

IV.

141 Piérwszy czynnik 4 razy mniejszy.
7 Drugi czynnik 4 razy mniejszy.

987 Iloczyn nowy mniejszy od piérwiastkowego 15792, razy 16.

bo 987 nowa mnożna
16 razy wzięta

5922
987

15792 iloczyn piérwiastkowy.

4. Wielkość ilorazu zawisła od względnéj wartości dzielnéj i dzielnika. *

a) Aby iloraz otrzymany z podzielenia dwóch danych liczb mógł być *np.* 8 razy większy, trzeba albo podzielną 8 razy powiększyć, niezmieniając dzielnika, albo dzielnika zmniejszyć razy 8, zostawiając tę samą dzielną, i w piérwszym i drugim przypadku iloraz otrzymamy 8 rązy większy od ilorazu piérwiastkowego.

* Lubo na str. 122 już w tym przedmiocie była wzmianka, jednakże osądziłem za stósowne w krótkości tu jeszcze powtórzyć, aby rzecz tę na przykładach lepiéj wyjaśnić.

b) Aby iloraz otrzymany z podzielenia dwóch danych liczb mógł być *np.* 8 razy mniejszy trzeba, albo podzielną 8 razy zmniejszyć nie zmieniając dzielnika, albo dzielnik 8 razy powiększyć zostawiając tę samą dzielną, w obu tych przypadkach iloraz stanie się 8 razy mniejszy od piérwiastkowego.

Przykłady: I.

Dzielna 6846 | 6 dzielnik
| 1141 piérwiastkowy iloraz.

II.

Dzielna 8 razy większa od piérwiastkowéj . . . . . 54768 | 6 dzielnik
| 9128

Iloraz nowy 9128 jest od piérwiastkowego 8 razy większy co też być powinno, bo liczba 6 w liczbie 8 razy większéj widocznie musi 8 razy więcéj się mieścić

III.

Dzielna piérwiastkowa . . . 6846 | 3 dzielnik dwa razy mniejszy od piérwiastkowego.
| 2282 Iloraz dwa razy większy od ilorazu piérwiastkowego, bo liczba 2 razy mniejsza mieścić się powinna w danéj 2 razy więcéj.

Podobnie możnaby okazać co do zmniejszenia się ilorazu.

5. Na mocy tego co poprzedziło wnieść można, iż mnożąc lub dzieląc dzielnik i dzielną pierwiastkowe przez pewną i tę samą liczbę dowolną iloraz stale się nie zmieni, bo np. mnożąc dzielną iloraz się powiększa, mnożąc dzielnika iloraz się zmniejsza, a że to powiększenie i zmniejszenie jest o tę sama liczbę razy, przeto iloraz nie zmieni się.

I.

Dzielna pierwotna 624	6 dzielnik pierwotny
	104

II.

Dzielna 308	2 dzielnik
	104

Tu dzielnik i dzielna stały się 3 razy mniejsze, a iloraz pozostał niezmienny.

III.

4368	42
168	104
===	

W przykładzie tym dzielna i dzielnik są 7 razy większe a iloraz pozostał niezmienienny.

Niektóre skrócenia w odbywaniu działań mnożenia i dzielenia.

1. Liczba 5 jest połową dziesięciu, mnożąc zatém liczbę daną jakąkolwiek przez 10, otrzymamy iloczyn dwa razy większy od iloczynu tejże saméj liczby przez 5, a zatém dość jest pierwszego iloczynu wziąć połowę, aby mieć iloczyn drugi.

Z tego wypada prawidło na mnożenie liczby danéj jakiéjkolwiek przez 5.

Pomnóż daną liczbę przez 10, (czyli przypisz po prawéj stronie 0) weź tego iloczynu połowę czyli podziel przez 2, a iloraz będzie iloczynem liczby danéj przez 5.

np. 3413 pomnożyć przez 5.

Działanie. 3413 × 10 czyli 34130 (2

17065 iloraz liczb 34130 przez 2 jest iloczynem liczby 3413 przez 5.

2. Liczba 25 jest czwartą częścią liczby 100 mnożąc zatém liczbę daną jakąkolwiek przez 100, otrzymamy iloczyn cztery razy większy od iloczynu tejże saméj liczby przez 25 A zatém dość jest pierwszego iloczynu wziąć część czwartą, aby mieć iloczyn drugi.

np. 628 mnożna	albo sposobem skróconym
25 mnożnik	4) 62800 Liczba sto razy większa od danéj.
3140	
1256	15700 Iloczyn danéj liczby 628 przez 25.
15700 iloczyn	

3. Liczba 75 składa się z 50 + 25; 50 jest połową stu a 25 jest połową 50. Pomnożyć więc daną liczbę jakąkolwiek przez 75 jest toż samo co naprzód pomnożyć daną liczbę przez 50 a potém przez 25.

Mnożyć przez 50 jest to samo co liczby sto razy większéj od danéj wziąć połowę; pomnożyć zaś daną liczbę przez 25 jest to samo, co liczby sto razy większéj wziąć część czwartą lub jéj połowy połowę. Podług tego, mając daną liczbę jakąkolwiek do pomnożenia przez 75, dosyć będzie dopisać do liczby danej po prawéj ręce dwa zera, wziąć jéj potém połowę; téj połowy połowę; a summa dwóch tych połów, będzie iloczynem szukanym.

458 mnożna	sposobem skróconym
75 mnożnik	45800 (2
2290	22900 jest połową 45800
3206	11450 jest połową 22900
34350 iloczyn	34350 iloczyn

4) Liczba 125 jest częścią ósmą liczby 1000, mnożąc zatém liczbę daną jakąkolwiek przez 1000, otrzymamy iloczyn 8 razy większy od iloczynu

tejże saméj liczby przez 125, a zatém dosyć będzie, wziąć iloczynu pierwszego część ósmą, aby mieć iloczyn drugi.

Przykład:

```
 624 mnożna
 125 mnożnik
────
 3120
1248
624
─────
78000 iloczyn
```

sposobem skróconym

```
8) 624000 Liczba tysiąc razy
   ──────   większa od danéj.
    78000 Część ósma liczby
          624000 czyli ilo-
          czyn liczby 624
          przez 125.
```

5) Ile razy wypadnie mnożyć daną liczbę jakąkolwiek przez liczbę złożoną z dwóch czynników, na ówczas można rozebrać ten mnożnik na te czynniki i daną liczbę pomnożyć naprzód przez czynnik pierwszy a iloczyn ztąd otrzymany pomnożyć przez czynnik drugi, ten wypadek ostatni będzie iloczynem szukanym.

Przykład:

```
  6284 mnożna
    72 mnożnik
 ─────
 12568
43988
──────
452448 iloczyn
```

sposobem skróconym

Mnożnik 72 składa się z 9 pomnożone przez 8.

```
  6284 mnożna
     8 pierwszy czynnik
 ─────
 50272
     9 drugi czynnik
──────
452448 iloczyn ostateczny.
```

Zwykle jednak uskutecznia się mnożenie przez liczbę pojedynczą z pamięci, i dla tego mnożnik się nie wypisuje, samo zaś działanie odbywa się w kształcie następującym:

6284 mnożna

50272 iloczyn 6284 × 8

452448 iloczyn z 50272 × 9 czyli ostateczny iloczyn 6284 × 72.

Tak postępując zyskujemy na tém, iż niepotrzebujemy jak w zwyczajnym sposobie cząstkowych iloczynów dodawać.

6) Pomnożyć liczbę daną jakąkolwiek przez liczbę złożoną z dziewiątek jest to samo co do liczby danéj dopisać tyle zer ile jest dziewiątek w mnożniku i od tak powiększonéj liczby odjąć liczbę daną, reszta będzie iloczynem szukanym.

Przykład. Znaleźć iloczyn 564 przez 999.

Liczba 999 = 1000 — 1.

Gdybyśmy liczbę daną zamiast przez 999 pomnożyli przez 1000, otrzymalibyśmy wtedy iloczyn o jeden raz 564 większy, czyli iloczyn o 564 większy, aby więc iloczyn był prawdziwy, trzeba go o tę liczbę zmniejszyć.

Mnożę zatém 564 przez 1000 otrzymam 564000 w téj liczbie, 564 niepotrzebnie raz jeden jest wzięte odejmuję więc 564

Reszta 563436

jest liczbą która liczbę 564 nie już 1000 razy ale tylko 999 razy w sobie zawiera czyli jest iloczynem 564 × 999.

7) Iloraz liczby danéj jakiéjkolwiek przez 5 równa się liczbie danéj wziętéj dwa razy i podzielonéj przez 10.

Przykład. Znaleźć iloraz liczby 56755 podzielonéj przez 5.

Aby to zadanie rozwiązać, mnożę liczbę daną z pamięci przez 2 iloczyn będzie 113510, dzielę ten iloczyn przez 10 czyli odcinam liczbą końcową, a reszta to jest 11351 będzie ilorazem 56755 przez 5.

Objaśnienia. Gdybym był wprost liczbę daną dzielił przez 10 a nie przez 5, otrzymałbym iloraz 2 razy mniejszy, a zatém wziąwszy liczbę dwa razy większą od danéj i podzieliwszy ją potém przez 10, otrzymam iloraz prawdziwy danéj liczby przez 5.

8) Iloraz liczby danéj jakiéjkolwiek przez 25 znajdziesz w sposób następujący.

Liczbę daną pomnóż przez 4, podziel potém iloczyn przez 100, otrzymasz iloraz szukany.

Przykład. Czemu się równa iloraz 34525 przez 25?

Rozwiązanie. 34525 × 4 = 138100

Liczbę 138100 podzielę przez 100 czyli odetnę dwa końcowe zera i będę miał 1381 iloraz szukany.

Objaśnienie. Dzieląc liczbę daną przez 100 otrzymam iloraz razy 4 mniejszy od ilorazu z podzielenia liczby danéj przez 25, a zatém, biorąc liczby 4 razy większéj od danéj część setną, ta będzie ilorazem liczby danéj przez 25.

9) Aby znaleźć iloraz liczby danej jakiejkolwiek przez 125; dosyć jest, liczbę daną pomnożyć przez 8 a iloczyn ztąd otrzymany podzielić przez 1000.

Przykład. Czemu się równa iloraz z liczby 345125 przez 125.

Rozwiązanie. $345125 \times 8 = 2761000$.

Podzieliwszy ten iloczyn przez tysiąc czyli odciąwszy 3 końcowe zera otrzymamy 2761 liczbę na iloraz szukany.

Objaśnienie. Dzieląc daną liczbę wprost przez 1000 otrzymam iloraz 8 razy mniejszy od ilorazu z podzielenia liczby danéj przez 125, a zatém biorąc liczby 8 razy większéj od danéj część tysiączną, ta będzie ilorazem liczby danéj przez 125.

10) Iloraz z liczby danéj przez 75 jest trzy razy mniejszy od ilorazu téjże saméj liczby przez 25.

Przykład. 684975 podzielić przez 75.

Rozwiąż: 684975

4

3) 27399,00 iloraz danéj liczby przez 25.

9133 trzecia część ilorazu 27399 liczby danéj przez 25.

A zatém 9133 jest ilorazem szukanym liczby 684975 podzielonéj przez 75.

ROZDZIAŁ IV.

WIADOMOŚĆ O MONETACH, MIARACH I WAGACH POLSKICH I ROSSYJSKICH.

I. O monetach.

Jednostką monet w Polsce jest złoty, (sztuka srebrna) ten dzieli się na 30 groszy, każdy grosz równa się 3 szelągom, a każdy szeląg 6 denarom.

Szelągi i denary są tylko monetą rachunkową.

Dukat czyli czerwony złoty ma w sobie 3 talary, a każdy talar 6 złotych.

Rubel dzieli się na sto kopiejek, każda kopiejka warta jest 2 grosze.

Są prócz tego:
Sztuka srebrna pięciozłot: czyli 75° kopiejkowa.
Sztuka srebrna dwuzłoto: czyli 30° kopiejkowa.
Sztuka srebrna jednozłot: czyli 15° kopiejkowa.
Sztuka srebrna 50cio grosz: czyli 25° kopiejkowa.
Sztuka srebrna 40to grosz: czyli 20° kopiejkowa.
Sztuka srebrna 10cio grosz: czyli 5° kopiejkowa.
Sztuka srebrna 5cio grosz: czyli $2\frac{1}{2}$ kopiejkowa.
Miedziane pieniądze są trzy groszowe sztuki czyli trojaki i jednogroszowe czyli grosze.

Prócz tego są sztuki ze złota, jedne są wartości 50ciu złp. a drugie 25cio złotowe.

Nadto znajdują się papiery które mają kurs czyli obieg jak moneta brzęcząca i nazywają się biletami Bankowemi, takiemi są: po złp. 5, po 3 ruble srebrem czyli po 20 złp. i po 100 złp. czyli po 15 rubli srebrem.

W Rossyi. Jednostką monet jest Rubel srebrny, który dzieli się na 2 półtyny.

Półtyna = 2 półtynniki czyli czertwertaki.

Półpółtynnik = 5 piętaków czyli $2\frac{1}{2}$ grywenników.

Dwugrywennik = 2 grywenniki.

Grywennik = 2 piętaki.

Piętak = 5 kopiejek srebrnych.

Prócz powyższych monet są Ruble Assygnacyjne, czyli moneta papierowa Rubli Assygnacyjnych 350 równe są 100 Rublom srebrem.

Monety złote są imperyały 10 Rubli srebrnych wartości każdy, i pół imperyały po 5 Rubli srebrem każdy, prócz tych są jeszcze sztuki platynowe po 3 Rubli srebrem wartości każda.

SKROCONE SPOSOBY

ZAMIANY MONETY POLSKIEJ NA ROSSYJSKIE I PRZECIWNIE.

1. *Złotych polskich na Ruble srebrne.*

Do danéj liczby złotych dopisz zero, liczbę tak powiększoną, oraz jéj połowę i połowę groszy (jeżeli są dane) dodaj do siebie a w summie odetnij kréską z prawéj strony dwie cyfry, będziesz miał od lewéj strony kréski ruble, z prawéj zaś kopiejki.

Przykład. Złp. 2568 gr. 23 ile czynią rubli srebrnych?

25680 (a) liczba dziesięć razy większa od danéj
12840 (b) liczba będąca połową liczby (a)
$11\frac{1}{2}$ (c) połowa 23 groszy.

385,$31\frac{1}{2}$ Summa w któréj odciąłem dwie końcowe cyfry jest liczba szukaną rubli, to jest 2568 złp. 23 gr. czynią 385 Rubli srebrem $31\frac{1}{2}$ kopiejek.

Objaśnienie działania. Złote zamieniam na kopiejki każdy złoty ma kopiejek 15, a zatém złotych 2568 mieć ich będą 2568 razy więcéj czyli 15 kopiejek × 2568 lub co na jedno wychodzi 2568 pomnożone przez 15 czyli pomnożone przez 10 + 5. Daną liczbę 2568 pomnożyć przez 10 jest to samo co przydać do téj liczby zero, otrzymamy liczbę pod (a); daną liczbę 2568 pomnożyć przez 5, jest to samo co liczby 10 razy większy od danéj wziąć połowę, czyli to samo co wziąć liczby pod (a) połowę i będzie 12840. Potém zamieniam 23 grosze dane na kopiejki tych będzie $11\frac{1}{2}$, które piszę jak wskazałem przy (c) dodam te trzy liczby pod a, b, c, znajdujące się razem i otrzymam $38531\frac{1}{2}$ kopiejek, a że tych 100 idzie na jeden rubel, więc pytam się ile w $38531\frac{1}{2}$ kopiejkach jest set, tych jest 385, czyli 385 Rubli srebrem i pozostało $31\frac{1}{2}$ kopiejek.

2. *Rubli srebrnych na złote polskie.*

Ruble dane zamień na kopiejki, tych weź trzecią część i odejmij od całéj liczby kopiejek, a z reszty pozostałéj odetnij kréską od prawéj ręki jednę cyfrę, ta będzie wyrażać trojaki, a liczba z lewéj strony kréski, złote.

Przykład. Rubli srebrnych 56748 i 8 kopiejek ile czynią złotych?

5674808 kopiejek
$1891602\frac{2}{3}$ część trzecia kopiejek danych

$378320,5\frac{1}{3}$ reszta po odcięciu ostatniéj cyfry wyobraża złotówki, których jest 378320 i 16 groszy wartość cyfry $5\frac{1}{3}$ odciętéj.

Objaśnienie działania. Całe to postępowanie polega na tém, aby daną liczbę rubli srebrnych zamienić na trojaki.

Ruble zamieniają się na kopiejki przez dopisanie do danéj liczby rubli dwóch zer po prawéj stronie, a że w obecnym przypadku było jeszcze 8 kopiejek, w miejscu więc drugiego zera napisaliśmy 8, i otrzymaliśmy ogółem 5674808 kop. Trojak równa się $1\frac{1}{2}$ kopiejki czyli 3 połówki kopiejki. Gdyby zatém liczba 5674808 nie była kopiejkami ale tylko półkopiejkami, to część trzecia téj liczby czyli $1891602\frac{2}{3}$ byłaby trojakami, a że liczba pierwsza wyobraża kopiejki, to jest dwa razy więcéj jak pół kopiejki, przeto z niéj liczba trojaków musi być dwa razy większa od $1891602\frac{2}{3}$ jaką jest właśnie liczba $3783205\frac{1}{3}$. Znalazłszy liczbę trojaków i wiedząc że 10 trojaków idzie na jeden złoty, dosyć jest danéj liczby trojaków wziąć część dziesiątą czyli odciąć ostatnią cyfrę po prawéj stronie a reszta z danéj liczby będzie koniecznie złotówkami a cyfra odcięta wyobraża liczbę trojaków, które łatwo zamienić na grosze.

3. *Rubli srebrnych na ruble assygnacyjne.*

Ruble dane zamień na kopiejki, pomnóż je przez 7 a iloczyn ztąd otrzymany podziel przez 2, w ilorazie zaś odetnij dwie cyfry będziesz miał z lewej strony kreski, ruble assygnacyjne, z prawej zaś kopiejki

Przykład. Rubli srebrnych 289 kopiejek 12 ile czynią rubli assygnacyjnych?

2,912 kopiejek
7

iloczyn 202384 (2

połowa iloczynu 101192 czyli 1011 Rubli Ass. i 92 kop.

Objaśnienie działania. Na każde 100 Rub. sr. trzeba 350 Rubli Assyg. a zatém na 10 Rub. sr. trzeba 35 Rub. Ass. lub na 2 Rub. sreb. trzeba 7 Rub. Ass. czyli (co jest prawda na rublach to musi być prawdą na ich setnych częściach czyli kopiejkach) 2 kopiejki srebrne czynią 7 kopiejek assygnacyjnych czyli miednych.

Chcąc zatém kopiejki srebrne zamienić na kopiejki miedne, trzeba połowę danych kopiejek srebrnych pomnożyć przez 7, lub co na jedno wychodzi mnożąc daną liczbę kopiejek srebrnych przez 7 otrzymalibyśmy na iloczyn 202384 kopiejek miednych, w tém przypuszczeniu że każda kopiejka srebrna równa się siedmiu kopiejkom miednym, a że właściwie nie jedna kopiejka srebrna ale dwie, dają 7 kop. miednych, przeto iloczynu danéj liczby kopiejek srebrnych przez 7 kopiejek miednych wypada wziąć połowę czyli podzielić przez 2. Otrzymawszy już kopiejki miedne, dosyć je podzielić przez 100 czyli odciąć dwie końcowe cyfry od prawéj ręki, a będziemy mieli Ruble Assygnacyjne i kopiejki.

4. *Rubli Assygnacyjnych na Ruble srebrne.*

Ruble Assygnacyjne zamień na kopiejki, pomnóż je przez 2, a iloczyn ztąd otrzymany podziel przez 7, w ilorazie zaś odetnij od prawéj ręki dwie cyfry, będziesz miał z lewéj strony kreski Ruble srebrem, a z prawéj kopiejki.

Przykład. 1011 Rubli Assyg. i 92 kopiejek ile czynią Rubli srebrem?

101192 kopiejki miedne
2
iloczyn 202384 (7
siódma 28912 czynią Rubli sr. 289 i 12 kop.
część ilocz:

Objaśnienie działania. Sposób postępowania tu wskazany jest wprost przeciwny poprzedzającemu. Wiemy już, że 7 kopiejek miednych dają 2 kopiejki srebrne czyli co na jedno wychodzi, że 7 półkopiejek miednych idzie na jednę kopiejkę srebrną. Zamieniamy więc daną liczbę kopiejek miednych na półkopiejki, mnożąc ją przez 2 a iloczyn ztąd otrzymany dzielimy przez 7, iloraz będzie liczbą kopiejek srebrnych, które zamienić na ruble już umiemy.

5. *Złotych pols. na Ruble Assygnacyjne.*

Złote zamień na grosze te rozmnóż przez 7 a iloczyn ztąd otrzymany podziel przez 4, w ilorazie zaś odetnij z prawéj strony dwie cyfry, z lewéj strony kreski będziesz miał Ruble Assygnacyjne, z prawéj zaś kopiejki.

Przykład. 2345 złp. 28 gr. ile czynią Rubli Assygnacyjnych?

2345
30
———
70350
28 gr.
———
70378 liczba groszy
7
———
iloczyn 492646 (4
———
1231,61½ czynią Rubli Assygna: 1231 kopiejek 61½.

Objaśnienie działania. Ponieważ dwie kopiejki srebrne czyli 4 grosze polskie czynią 7 kopiejek miedzych, a zatém zamieniwszy daną liczbę złotych polskich na grosze i czwartą ich część pomnożywszy przez 7, iloczyn będzie liczbą kopiejek szukaną, lub mnożąc daną liczbę groszy przez 7, iloczyn 492616 byłby liczbą szukaną kopiejek, gdyby każdy grosz równał się 7miu kopiejkom, a że właściwie trzeba 4 groszy na 7 kopiejek, przeto otrzymanego iloczynu 492646 wypada wziąć część czwartą czyli podzielić go przez 4, a iloraz ztąd otrzymany będzie rzetelną liczbą kopiejek miednych z danéj liczby groszy.

6. *Rubli Assygnac. na złote polskie.*

Ruble Assygnacyjne zamień na kopiejki i te pomnóż przez 4, a iloczyn ztąd otrzymany podziel przez 21, w ilorazie zaś od prawéj ręki odetnij jednę cyfrę, ta będzie ci wyrażać trojaki a liczba z lewéj strony będąca, złote.

Przykład. 1231 Rubli Assygnacyjnych i 61½ kopiejek, ile uczynią złotych?

```
         123161½ kopiejek
               4
iloczyn  492646 | 21
          72    | 2345, 9⅓ czynią 2345 złp.
           96   |       28 gr.
           124
            196
              7
```

Objaśnienie działania. Siedm kopiejek miednych czynią cztery grosze polskie, wypada zatem daną liczbę Rubli Assygnacyjnych zamienić na kopiejki, a następnie na grosze. Mnożąc więc daną liczbę kopiejek przez 4, a dzieląc przez 7 a siódmej części biorąc trzecią, jest to samo, co od razu danej liczby wziąć część 7×3 czyli 21szą, czyli to samo co daną liczbę podzielić przez 21.

II. Miary długości.

a) *W Polsce.*

Jednostką miar długości jest łokieć.

Łokieć = 2 stopom = 4 ćwierciom = 24 calom = 288 liniom = 576 milimetrom.

Stopa = 2 ćwierciom = 12 calom = 144 liniom = 288 milimetrom.

Linia = 2 milimetrom.

Prócz tych są jeszcze do mierzenia długości.

Sznur mierniczy = 2 łańcuchom = 100 prętom = 1000 pręcikom = 10000 ławkom.

Łańcuch = 37 i pół łokciom.

Sążeń = 3 łokciom.

Mila = 7 werst.

b) *W Rossyi.*

Wersta ma 500 sążni.

Sążeń = 3 arszynom.

Arszyn = 4 ćwierciom.
Cwierć = 4 werszkom.
Werszek prawie 1 cal i 20 linii.

III. Wagi.

a) *W Polsce.*

Centnar = 4 kamieniom
Kamień = 25 funtom.
Funt = 2 grzywnom.
Grzywna = 8 uncyom.
Uncya = 2 łutom.
Łut = 4 drachmom.
Drachma = 3 skrupułom.
Skrupuł = 24 granom.
Gran = $5\frac{1}{2}$ granikom.
Granik = 8 miligramom.

Znaki skrócone.

Cent: znaczy cetnar.
K. lub kam: kamień.
Fnt. znaczy funt.
G. c. M. grzywna czyli marka.
Unc: lub ℥ . . . . uncya.
ł. . . . . . . łut.
dr: lub ʒ drachma.
skr: lub ℈ skrupuł.
gr: . . . . . . gran.
grk: . . . . . granik.

b) *W Rossyi.*

Berkowiec = 10 pudom.
Pud = 40 funtom.
Funt = 32 łutom.
Łut = 3 zołotnikom.
Zołotnik = 96 dolom.
1 Zołotnik waży prawie $\frac{1}{3}$ łuta pols. a ściśle 96 gramów i 96 setnych grana.

IV. Miary objętości.

a) *W Polsce.*

Korzcec zawiéra 4 ćwierci.
Cwierć = 8 garcy.
Garniec = 4 kwarty.
Kwarta = 4 kwaterek.

(Kwarta jest to samo co litr we Francyi)

b) *W Rossyi.*

1. Do objętości ciał stałych.

Łaszt zawiéra 3 beczek.
Beczka = 4 czetwerti.
Czetwert = 8 ośminy.
Ośmina = 4 czetweriki.
Czetwerik = 8 osmuszków czyli garcy.
Garniec zawiéra prawie $3\frac{1}{2}$ kwarty polskiéj.

2. Do objętości rozcieków.

Beczka zawiera 40 wiader.
Wiadro = 4 czetwerti.
Czetwert = 2 osmuchy czyli sztofy.
Sztof = 2 krużki.
Krużka = 5 czarek.
Czarka zawiera prawie pół kwaterki polskiej.

V. Miary powierzchni.

a) *W Polsce.*

Włóka = 30 morgom.
Morg = 3 sznurom kwadratowym.
Sznur kwadratowy = 100 prętom kwadratowym.

b) *W Rossyi.*

Dziesięcina prawna równa się 3200 sażenom kwadratowym, co znaczy to samo prawie co 585 prętów kwadratowych i 6,36 tysiącznych jednego pręta.

VI. Podział czasu.

Rok ma dni 365 = 12 miesięcom.
Dzień = 24 godzinom.
Godzina = 60 minutom.
Minuta = 60 sekundom.
Sekunda = 60 tercyom.

Miesiące: Styczeń, Marzec, Maj, Lipiec. Sierpień, Październik, Grudzień mają po dni 31; A miesiące Kwiecień, Czerwiec, Wrzesień, Listopad po 30 dni. Miesiąc zaś Luty, zwykle ma 28 dni, a w roku przybyszowym ma 29 dni, wówczas rok liczy 366 dni zamiast 565.

Uwaga I. Aby dzieci miały wyobrażenie miar *np.* długości, najlepiéj pokazać im łokieć zrobiony z drzewa lub z czego innego, z podziałami na ćwiercie, cale i linie, niech się takowemu łokciowi dobrze przypatrzą, niech różne pod oczy im podpadające przedmioty same rozmierzają, niech zgadują na oko odległości pewnych wskazanych im przedmiotów. Podobnież postąpić potrzeba co do wszelkich innych miar i wag.

Przedstawiać im różne objętości, niech na oko zgadują ile one mają w sobie kwart, garcy i t d. Taka wprawa będzie dla dzieci zabawkę a w przyszłém ich powołaniu może stać się bardzo pożyteczną.

Uwaga II. Aby uczenie się na pamięć podziałów miar, wag i monet nie stało się dla dzieci przykrém i nudném a może bezkorzystném, radzę nauczycielom aby im zadawali podobnéj treści przykłady. Co do monet: 1 grosz, 2 grosze, 3 grosze, 4 grosze, 5 groszy i t. d. jaką są częścią jednego złotego, dwóch złotych, 3 złotych i t. p. czyli inaczej ile osób można obdzielić złotówką, dwuzłotówką i t. d. dając każdej po 1 groszu, po 2 grosze, po 3 grosze i t. d.

Co do miar długości, niech odpowiadają z pamięci: Cal, 2 cale, 3 cale, 4 cale i t. d. jaką są częścią łokcia, sążnia; 1 łut, 2 łuty i t. d., jaką są częścią funta i t. p. Tym sposobem urozmaicając pytania tyczące się wszystkich miar, wag i monet, ułatwi się dzieciom spamiętanie podziałów miar, wag i monet

KILKA ZADAŃ

DLA POKAZANIA

JAK UCZNIÓW WPRAWIAĆ W RACHUNKI PAMIĘCIOWE.

1. *Ile potrzeba zapłacić złotych polskich za 28 Fnt. mięsa po 12 groszy Funt?*

Rozwiązanie. Gdybyśmy mieli kupić nie 28 fnt. ale 30 fnt., gdybyśmy płacili nie po 12 gr. za funt ale po 1 gr. to za 30 fnt. zapłacilibyśmy 30 gr. czyli 1 złp. Aże mamy płacić po 12 gr. a zatém zapłacimy 12 razy więcéj to jest 12 złp. Ponieważ 28 fnt. różni się od 30 fnt. o 2 fnt.; a 2 fnt. kosztują 24 gr. Odtrąciwszy więc od 12 złp. groszy 24, pozostałe złp. 11 gr. 6 będą wartością 28 fnt. mięsa.

2. *Jeżeli kopa jaj kosztuje 5 złp. po czemu mendel, a następnie jedno jajko?*

Na mendel liczy się jaj sztuk 15, kopa jaj kosztuje 5 złp. pół kopy czyli jaj 30 kosztować będą połowę złp. czyli 2 zł. 15 gr., a zatém połowa 30 czyli mendel wart jest połowę 2 złp. 15 gr to jest 1 zp. 7 i pół gr. Półkopy jaj czyli 30 kosztują 2 zp. 15 gr. Gdyby za półkopy zapłacono tylko 2 złp. czyli groszy 60 za jedno jajko zapłaconoby groszy 2 a że jeszcze za pół kopy płaci się groszy 15 czyli 30 półgroszków, więc za każde jajko przybywa półgrosza, razem jajko płacono po 2 i pół grosza.

3. *Jeżeli za łokieć sukna płaci się po 12 złp. i 24 gr. za łokci 5 i ćwierci 3 ile zapłacić wypadnie?*

Rozwiązanie. Przypuśćmy, że za łokieć płaci się po 13 złp. to jest o 6 gr. więcéj, czyli o 2 trojaki więcéj, to za łokci 5 zapłacimy 5 razy po 13 złp. czyli . . . . 65 złp.

Za pół łokcia czyli 2 ćwierci połową 13 złp. czyli. . . . . 6 złp. 15 gr.

Za 1 ćwierć czyli za połowę 2 ćwierci, połową 6 złp. 15 gr. . . 3 złp. $7\frac{1}{2}$ gr.

Razem 74 złp. $22\frac{1}{2}$ gr.

Z przeniesienia 74 złp, $22\frac{1}{2}$ gr.

Ponieważ wartość łokcia w powyższém przypuszczeniu powiększyliśmy o 2 trojaki na łokciu, a zatém na 5 łokciach policzyliśmy więcéj o 10 tr: czyli 1 złp.

Gdy na łokciu liczyliśmy więcéj o 6 gr., to na pół łociu 3 gr. a na jednéj ćwierci . . . . . $1\frac{1}{2}$ gr.

Razem policzyliśmy więcéj 1 złp $4\frac{1}{2}$ gr.

Prawdziwa wartość sukna łokci 5 i 3 ćwierci . . . . 73 złp. 18 gr.

4. *Zamienić 564 duk. na złote polskie, licząc każdy dukat po 19 zł. 15 gr.*

Rozwiązanie. Gdybyśmy liczyli dukat po 20 zł. to jest o 15 gr. drożéj, to za 564 duk: otrzymalibyśmy . . . . 11280 złp.
A że na każdym dukacie za wiele liczyliśmy półzłotka, więc na 564 duk: obliczyliśmy za wiele . . . . 282 złp.

Reszta jest odpowiedzią 10998 złp.

5. *Za łokci 85 tasiemki po 25 groszy, ile zapłacimy złotych polskich.*

Rozwiązanie Płacąc łokieć po 1 zł, zapłacilibyśmy za 85 łokci, 85 złp. a że dajemy rzeczywiście za każdy łokieć o jeden piątak mniej, więc wypada od 85 złp. odtrącić 85 piątaków będzie 14 zł. 5 gr. Co odtrąciwszy od 85 złp, pozostanie 70 złp. 25 gr. wartość 85 łokci po 25 groszy każdy.

6. *Ile trzeba zapłacić złotych polskich za prze. wiezienie 64 kloców, płacąc od każdego po 1 złp. 10 gr.?*

Rozwiązanie. Za przewiezienie 64 kloców po 1 złp trzeba żapłacić 64 złp, płacąc jeszcze 10 gr., trzeba dać 64 dziesiątaków tych idzie 3 na złoty, więc 64 dziesiątaki znaczy to samo co trzecia część 64 złp. czyli 21 złp. 10 gr.

Razem 85 złp. 10 gr jest odpowiedzią.

7. *Za 68 łokci tasiemki po 18 gr: łokieć, ile trzeba zapłacić złotych polskich?*

Rozwiązanie. 18 gr = 15 gr. + 3 gr.

Płacąc łokieć po 15 gr. czyli po półzłotku zapłacimy za 68 łokci, 68 półzłotków czyli 34 złp; płacąc jeszcze po trojaku za łokieć za 68 łokci zapłacimy 68 trojaków tych idzie 10 na złoty, a dziesiątków w 68 jest 6 więcej 8 trojaków, razem 6 złp. 24 gr. Ogółem zapłacimy 40 złp. 24 gr.

8. *Ile trzeba zapłacić za 27 kloców drzewa, płacąc kloc jeden po 13 zł. 20 gr?*

Rozwiązanie. Płacąc kloc po 10 złp za 27 kloców zapłacimy . . . . 270 złp.
Płacąc jeden kloc po 5 złp. zapłacimy połowę piérwszéj summy . . . . 135 „
Płacąc jeden kloc po 2 dziesiątaki zapłacimy 54 dziesiątaki czyli . . . . 18 „

Razem 423 złp.

9. *684 trojaków ile czynią złotych polskich?*

Rozwiązanie. Trojaków dziesięć idzie na 1 zł. w liczbie 684 znajduje się dziesiątków 68 i 4 jedności, a zatém liczba 684 trojaków = 68 złp. 12 gr.

Uwaga. Chcąc jakąkolwiek daną liczbę trojaków zamienić na złote dosyć ostatnią cyfrę od ręki prawéj odciąć kreską, liczba przed nią położona będzie liczbą szukaną złotych, a cyfra odcięta liczbą trojaków, którą pomnożywszy przez 3 zamienimy na grosze.

10. Liczbę daną szostaków czyli tak zwanych dydków chcąc zamienić na złote, dosyć jest podzielić ją przez 5 (gdyż 5 szostaków idzie na 1 złp.) a iloraz będzie odpowiedzią. Aby liczby danéj znaleźć część piątą wypada ją podwoić i ostatnią cyfrę od prawéj ręki odciąć, liczba po lewéj stronie kréski położona będzie liczbą złotych, a po lewéj liczba trojaków.

Przykład. 826 szostaków ile czynią złotych polskich?

Podwoiwszy liczbę 826 w myśli otrzymamy 1652. Odciąwszy ostatnią cyfrę będzie 165,2 czyli 165 złp. 6 gr.

11. Liczbę daną 5 groszówek czyli piątaków chcąc z pamięci zamienić na złotówki, dosyć będzie wziąć jéj część szóstą a ta będzie liczbą szukaną złotych, bo 6 piątaków składa 1 złoty.

Przykład. 612 piątaków ile czyni złotych? Szósta część 612 jest 102 i ta właśnie liczba wyobraża mi złote polskie szukane.

12. Liczbę daną dziesięciogroszówek chcąc zamienić na złote dosyć jest liczby danéj wziąć część trzecią, a ta będzie liczbą złotych szukaną.

np. 685 dziesiątków ile czyni złotych? Część trzecia t. j. liczby = 228 i zostanie się 1 czyli 228 złp. i 10 groszy, odpowiedź.

13 Aby daną liczbę ćwierci łokcia lub korca zamienić na łokcie lub korce dosyć jest danéj liczby z pamięci wziąć połowę i z połowy jeszcze połowę, ta ostatnia liczba będzie liczbą szukaną łokci lub korcy.

Przykład:

5648 ćwierci sukna ile czyni łokci?

2824 połowa

1412 połowa połowy czyli liczba łokci szukana.

ZASTOSOWANIE CZTERECH DZIAŁAŃ

NA LICZBACH CAŁKOWITYCH

DO ROZWIĄZANIA NIEKTÓRYCH ZAGADNIEŃ.

—

Przykłady: I. Dukatów 50cio złotowych sztuk 569 ile uczyni denarow?

Rozwiązanie. Każdy dukat ma złotych 50, dukatów 569 mieć będą złotówek 569 razy więcéj, czyli 50 złp. pomnożone przez 569, gdzie 50 złp. jest mnożną a 569 mnożnikiem. Iloczyn z tych dwóch liczb będzie liczbą złotych mającą tę samą wartość co 569 dukatów Lecz tenże sam iloczyn mogę otrzymać mnożąc 569 przez 50 (obacz str. 97).

Piszę więc 569 mnożnik
50 złp. mnożna
―――
28450 złp. każdy złoty ma 30 gr:, a zatém 28450 złp. mieć będą 28450 złp. razy więcéj groszy, a niżeli ich ma jeden złoty Wypada przeto 30 gr. pomnożyć przez 28450 a iloczyn będzie wypadkiem szukanym. A że 30 wzięte razy 28450, da taką samą liczbę co 28450 wzięte razy 30.

Przeto piszę 28450
30 gr:

853500 gr: to samo rozumowanie, gdy te groszę zamienię na szelągi, których 3 idzie na 1 grosz.
3 szel:

2560500 szelągów
6 dena: toż samo co 1 szeląg

15363000 denarów z 569 duka: 30cio złotowych.

2. *Za 24 korce żyta zapłacono 360 złp. za 84 korce żyta i po téj saméj cenie ile wypadnie zapłacić?*

Rozwiązanie. Za 24 korce żyta zapłacono 360 złp. a zatém korzec jeden będzie kosztował 24 razy mniéj czyli tyle, ile razy 24 mieści się w 360 złp Dzieląc więc 360 przez 24 otrzymam cenę jednego korca to jest złp. 15. Następnie powiadam, gdy jeden korzec kosztuje 15 złp., korcy 84 kosztować będą 84 razy więcéj. Czyli 15 złp. wzięte albo pomnożone przez 84 co czyni 1260.

3. *Za 24 korce żyta zapłacono 360 złp. za 3000 złp., ile kupiemy korcy żyta po téj saméj jak piérwsze cenie?*

Rozwiąz: Aby dojść ceny jednego korca żyta dosyć podług tego co poprzedziło podzielić 360 złp.

przez 24 iloraz 15 złp. będzie ceną jednego korca; dalej rozumujemy tak: gdy za 15 złp. dostajemy jeden korzec, to za 3000 złp. dostaniemy tyle korcy, ile razy te 15 złp. mieszczą się czyli zawierają w 3000, a że 3000 złp. podzielone przez 15 daje na iloraz 200, więc z tego przekonywamy się, że 3000 złp. składa się z 200 części z których każda ma wartość 15 złp. A że za każde 15 złp. dostajemy jeden korzec żyta, za 200 takich dostaniemy 200 korcy.

4. *Pewna żywność wystarczyła na dni 90 dla 15 ludzi, dla ludzi 45 na ile dni wystarczy?*

W tym przykładzie od razu można mieć odpowiedź 3 razy więcej ludzi. w trzy razy krótszym czasie żywność tę samą zjedzą, czyli w 30 dniach, ale ponieważ nie zawsze tak łatwo zdarzą się takie przypadki, aby jedna liczba była wielokrotną względem drugiej, przeto podamy ogólniejsze rozumowanie.

Piętnastu ludzi spożywa pewną żywność w przeciągu dni 90, a zatem gdy będzie 90 razy więcej ludzi czyli 1350, ci spożyją niezawodnie tę żywność w jednym dniu. Chcąc się teraz dowiedzieć ile 45 ludzi potrzebować będą dni do spożycia tejże samej żywności, którą zjadło 1350 ludzi w jednym dniu, wypada 1350 podzielić przez 45, co się znaczy rozebrać liczbę 1350 ludzi na grupy z których każda miałaby 45 osób, takich grup będzie 30 i powiemy: jeżeli 30 grup ludzi każda z 45 osób złożona spożywają daną żywność w jednym dniu, to dla jednéj z tych grup ta żywność wystarczy na czas 30 razy dłuższy, czyli na dni 30.

5. *Ośmnastu ludzi ukończyło pewną robotę w dniach 24 aby tę samą pracę wykonać w 36 dniach, ile będzie potrzeba robotników?*

Aby robotę daną ściśle oznaczoną która w 24 dniach przez 18 robotników była ukończoną, wykonał jeden robotnik, trzebaby użyć tyle razy więcéj dni, ile razy mniéj robotników chcemy użyć na wykonanie téj roboty. Czyli jak w obecnym przykładzie trzeba użyć 18 razy więcéj dni co się znajdzie mnożąc liczbę 24 dni przez 18 co czyni 432 dni, rozebrawszy tę liczbę dni na grupy z którychby każda złożona była z 36 dni, co się uskuteczni łatwo dzieląc 432 przez 36 otrzymamy na iloraz 12 — wypada z tego że w liczbie 432 znajduje się grup 12, z których każda ma po dni 36. Jeżeli więc jeden robotnik pracować musi przez dni 432 to gdyby pracę tę samą wypadało wykonać w 36 dniach to jest, w czasie 12 razy krótszym, trzebaby użyć 12 razy więcéj robotników czyli 12 co jest ilorazem z 432 dni przez 36 dni.

6 *Potrzebuje kto na płaszcz łokci sukna 9, szerokiego na łokci 2, ile łokci potrzeba będzie innego sukna któreby było szerokie na łokci 3.*

Rozwiązanie. Gdyby sukno było nie na dwa łokcie ale na łokieć szerokie, potrzebaby na płaszcz łokci dwa razy więcéj to jest 9 × 2 czyli 18, a gdy sukno będzie miało nie jeden łokieć ale trzy, trzeba go będzie 3 razy mniéj to jest 6.

7. Pięćdziesięciu cztérech robotników pracując dni 20 wykopali rów długi na łokci 18 pewnéj oznaczonéj szerokości i głębokości; 72 robotników, w ilu dniach wykopie rów długi na łokci 12 tejże saméj co piérwszy szerokości i głębokości.

Rozwiązanie. Przypuśćmy, że dwa te rowy są zupełnie sobie równe co do długości, szerokości i głębokości; inne warunki te same wyjąwszy że około piérwszego pracowało robotników 54, a około drugiego 72. Piérwsi potrzebowali do wykopania tego rowu dni 20, drudzy z równą gorliwością pracując, potrzebować będą mniéj czasu bo ich jest więcéj. Aby tę liczbę dni znaleźć, postąpiemy sobie tak jak w przykładzie (5).

Ponieważ 54 ludzi potrzebowali 20 dni na wykopanie danego rowu, przeto potrzeba 20 razy więcéj robotników, aby ten rów wykopać mogli w dniu jednym, to jest: 54 × 20 czyli 1080 ludzi. Rozebrawszy tę liczbę ludzi na grupy złożone z 72 ludzi każda, czyli podzieliwszy 1080 przez 72 iloraz 15 będzie liczbą grup ludzi, a w każdéj z nich po 72 ludzi. Każda z tych grup których jest 15 pracować musi dzień jeden, aby robota zamierzona przyszła do skutku; a zatém gdyby jedna z nich nie zaś wszystkie razem pracowały tedy musiałaby 15 razy dłużéj pracować czyli dni 15.

Mamy więc odpowiedź co do piérwszego warunku, że 72 ludzi rów takiéj wielkości jakiéj jest piérwszy, ukończą w dniach 15.

Następnie zróbmy przypuszczenie, że dwa dane rowy różnią się tylko co do długości, to jest że piérwszy jak jest w zadaniu ma długości łokci 18, a drugi 12 łokci. Gdy rów był 18 łokci długi, robotników 72 potrzebowało dni 15, a gdy jest tylko na 12 łokci długi potrzeba czasu mniéj, aby tę liczbę dni znaleźć, będziemy się starali naprzód obliczyć ile dni potrzeba na zrobienie jednego łokcia przez 72 ludzi. Wiadomo nam, że w 15 dniach 72 ludzi wykopią rów 18 łokci długości, a zatém na wykopanie jednego łokcia potrzebować będą część 18tą dni 15tu; przypuściwszy że dziennie pracują tylko godzin 12, więc w 15 dniach godzin roboczych będzie $12 \times 15 = 180$ godz., co podzieliwszy przez 18 znajdziemy 10 godzin, których użyć muszą 72 robotników na wykopanie jednego łokcia rowu, a że oni mają wykopać rów na 12 łokci długi, więc potrzeba będzie czasu 12 razy po 10 godzin czyli 120 god: a tych 12 godzin idzie na jeden dzień roboczy z tego wypada, że 120 godzin znaczy to samo co 10 dni, i to jest odpowiedzią żądaną.

9. *Za 6528 kwart mąki po 13 rubli korzec, ile zapłacić złp.*

Rozwiązanie. Aby to zadanie rozwiązać, trzeba się naprzód dowiedzieć ile 6528 kwart czyni korcy, w tym celu zamieniwszy te kwarty na garnce dzieląc je przez 4. Iloraz 1632 będzie liczbą garncy (bo 1 garniec = 4 kwartom). Następnie 1632 garcy podzieliwszy przez 8 garncy, iloraz 204 będzie wyobrażał ćwierci, bo jedna ćwierć ma w sobie 8 garncy. Dalej 204 podzieliwszy przez 4 otrzymamy na iloraz 51 korcy, bo 4 ćwiercie = 1 korcowi. Albo od razu podzielilibyśmy 6528 przez 128 kwart wyobrażających jeden korzec otrzymalibyśmy na iloraz te same 51 korcy.

Korzec kosztuje 13 rubli czyli 10 rubli i 3 ruble, a zatém: 51 korcy po 10 rubli daje 510 rubli
51 korcy po 3 rubli . . . . daje 153 rubli

Razem 663 rubli

Rubli	600	czyni	4000	złp.
„	60	„	400	„
„	3	„	20	„

Razem 4420 odpowiedź żądana.

Chcąc dojść ceny jednéj kwarty mąki, trzeba cenę jednego korca podzielić przez liczbę kwart w jednym korcu to jest przez 128, a że korzec kosztuje 13 rubli czyli złp. 86 gr. 20 czyli groszy 2600, co podzieliwszy przez 128 kwart otrzymamy na iloraz 20 gr. i blisko 1 szeląg, co będzie ceną jednéj kwarty mąki.

Cwiczenia dla wprawy.

I. W roku 1840 w Królestwie Polskiém było ludności pod względem płci.

		Mężczyzn	Kobiét	Razem
W mieście	Warszawie	67721	71871	139592
W Guber:	Mazowiec:	355719	364551	
ditto	Kieleckiéj	219440	233056	
ditto	Sandomier:	220795	219041	
ditto	Kaliskiéj	333415	347747	
ditto	Lubelskiéj	273203	279922	
ditto	Podlaskiéj	195335	202609	
ditto	Augustow:	296123	295264	
ditro	Płockiéj	253098	259099	

Pytanie 1° ile w mieście Warszawie i w każdéj w szczególności Gubernii znajduje się ludności męzkiéj i żeńskiéj razem. Po 2re ile w całéj Polsce jest mężczyzn, ile kobiét? Po 3cio jaka jest ogólna ludność całéj Polski licząc razem mężczyzn i kobiét.

II. Pod względem obszerności ziemi.

			Obszerność w milach kwadrato:	Ludności	Przypada na milę kwadrato:
Gubernia Mazowie: z M. Warszawa		ma	362	859862	
Gubernia	Kielecka	ma	192	452496	
ditto	Saudom:	ma	217	439836	
diito	Kaliska	ma	311	681162	
ditto	Lubelska	ma	305	553125	
ditto	Płocka	ma	303	512197	
ditto	Podlaska	ma	258	397944	
ditto	Augusto:	ma	342	591387	
	Summa				

Pytanie ile cała Polska ma mil kwadratowych powierzchni; po 2[re] obliczyć ile przypada ludzi w liczbach całkowitych na jednę milę kwadratową w każdéj Gubernii naprzód, a potém ile średnio liczyć można ludności na milę kwadratową w całej Polsce.

III. W Polsce w roku 1840 było:

Chrześcijan.

Religii Rzymsko-Katolickiéj 3 534 694 ludzi
ditto Grecko-Rossyjskiéj . . 1874
ditto Unitskiéj. 235 966

Filipinów	3874	ludzi
Ewaugielików wyznania Augs:	230 756	
ditto wyznania refor:	3 886	
Menonistów	1059	
Braci Morawczyków	971	
Summa		

Niechrześcijan.

Żydów	474598
Machometan i innych sekt	331
Summa	

Pytanie jaka była w roku 1840 liczba chrześcijan; po 2re jaka była liczba niechrześcijan i jaka ogólna wszystkich wyznań.

IV. Chrześcijan zamieszkałych	w miastach	po wsiach	Razem
Chrześcijan zamieszkałych	606118	3406962	
Niechrześcijan. . .	409594	5335	

Pytanie ile chrześcijan, a ile niechrześcijan znajdnje się razem w Polsce, tak w miastach jak i po wsiach, powtóre ile jest ludności zamieszkałej w miastach a wiele po wsiach razem bez względu na wyznanie.

V Urodziło się w roku 1840:

Chrześcijan . . . . , ...	199609
Żydów i innych niechrześcijan	16515
Summa	

Umarło zaś Chrześcijan	118829
Niechrześcijan	11638
Summa	

Pytanie ile urodziło się w roku 1840 w całej Polsce razem dzieci chrześcijańskich i niechrzechijańskich; powtóre ile umarło razem chrześcijan i niechrześcijan; po 3cie liczba narodzonych o ile przewyższa liczbę zmarłych w tym roku.

VI. Ludność Królestwa Polskiego wynosiła w r. 1818, 3315000 mieszkańców, w r. zaś 18 0 wynosiła 4488009. Pytanie ile przybyło ludności od roku 1818 do r. 1840 w całéj Polsce.

VII. Pewien handlarz zbożowy, zakupił 1440 korcy pszenicy i płacił za korzec po 23 złote. W ciągu roku sprzedał czwartą część po 25 zł. korzec, piątą część po 28 złp., ósmą część po 20 złp, dziewiątą część po 26 złp., resztę po 24 złp. Pytanie ile na téj przedaży zyskał.

VIII. 569 sążni, 6824 sążni, 482 łokci, 284 ćwierci; 684 stóp. Pytanie, ile uczyni każda w szczególności z danych liczb naprzód cali, potém linii a następnie milimetrów, i ile razem z danych w zadaniu liczb sążni, łokci, ćwierci i stóp, otrzymamy naprzód cali, potém linii a w końcu milimetrów.

IX. 251856 cali, 54432 milimetrów, 4176 stóp, 3456 linii. Pytanie, ile uczyni każda w szczególności z danych liczb naprzód ćwierci, potém stóp, następnie łokci a w końcu sążni. I ile razem z danych w zadaniu liczb cali, milimetrów, stóp i linij otrzymamy naprzód ćwierci, potém stóp następnie łokci, a w końcu sążni.

X. 18000 złp; 54000 duk: po 18 złp. każdy. 9840 0 rub: sr: Pytanie, ile uczyni każda z liczb danych pojedyńczo naprzód groszy, potém trojaków, piątaków, dziesiątaków, półzłotków, dwuzłotówek i pięciozłotówek, ile razem z danych liczb złp. i rubli otrzymamy naprzód groszy potém trojaków, po 3cie piątaków, po 4te dziesiątaków, po 5te półzłotków, po 6te dwózłotówek, po 7me nareszcie pięciozłotówek.

XI. 196800; 8100 groszy; 6500 kopiejek. Pytanie, ile uczyni każda z wymienionych liczb pojedyńczo naprzód złotych polskich, powtóre rubli; ile razem z danych liczb groszy i kopiejek otrzymamy naprzód złotych polskich a potém rubli srebrem.

XII. Ile fur parokonnych potrzeba aby zwieźć od razu z pola 4565 mendli zboża, wiedząc że na jednę furę zabrać można 2 kopy i mendel? (kopa = 60 snopkom a mendel 15 snopkom).

XIII. Ile wypada zapłacić za wymłócenie 6895 mendli żyta wiedząc że jeden człowiek przez dzień wymłaca jednę kopę i mendel i że za każdy dzień pracy dostaje 1 złp. 3 gr. i ile otrzymamy z tych mendli korcy żyta gdy jedna kopa wydaje średnio po wymłoceniu 1 korzec i 15 garncy.

XIV. Pewien ekonom zapłacił złp. 188 gr. 15 żniwiarzom złożonym z mężczyzn i kobiét. Wiadomo tylko, że 89ciu mężczyznom w liczbie ogólnéj żniwiarzy znajdującym się zapłacił złp. 133 gr. 15, a resztę wypłacił kobietom dając każdéj po 25 groszy. Pytanie, ile było kobiét użytych do żniwa, i po czemu każdemu mężczyźnie płacono?

XV. Pewien gospodarz wiejski zakupił 254 owiec po 2 ruble srebrem, 6 wołów po 15 dukatów, 12 krów po 124 złp., 2 wozy okute po 316 złp. każdy. Za resztę pieniędzy to jest za 3848 zł. wybudował stajnię i oborę. Pytanie, ile wydał pieniędzy na wszystko?

XVI. Kto oszczędza dziennie 18 groszy, ile oszczędzi złotych polskich w tygodniu, ile w całym roku to jest w 52 tygodniach, a ile będzie miał oszczędności w 12 latach.

XVII. Kto zmarnuje tylko pół grosza na dzień ile zmarnuje w ciągu całego swego życia przypuściwszy że żył lat 65.

XVIII. Ile trzeba zapłacić rubli srebrem za 364 korce i 3 garce pszenicy, wiedząc że garniec kosztuje 15 groszzy.

XIX. Za 628 łokci pewnéj materyi ile trzeba zapłacić dukatów 18sto złoto: wiedząc, że ćwerć téjże saméj materyi kosztuje 3 złp. 15 gr.

XX. Za 124 funt: świec ile wypada zapłacić złotych polskich, wiedząc że funt kosztuje 28 groszy.

XXI. Za 22572 funt: wełny ile trzeba zapłacić rubli srebrem, skoro jéj kamień z 33 funt: złożony kosztuje 65 złp.

XXII. Znaleźć liczbę, któréj część szósta powiększona liczbą 1234 uczyni razem 8018.

XXIII. Pewien gospodarz wiejski sprzedał:

1° 15 korcy żyta za 330 złp.

2re 18 ,, pszenicy za 576 złp.

3cie 24 ,, owsa za 288 złp.

Wiedząc, że na korcu żyta zarobił 2 złp. na korcu pszenicy zarobił 6 złp., a na korcu owsa 3 złp. Pytanie, ile zarobił w ogólności na téj przedaży, powtóre ile jego samego korzec żyta, pszenicy, owsa kosztował, ile wydał na otrzymanie wszystkiego zboża razem, i jaką summą z przedaży dostał?

XXIV. Jeżeli kto zapłaci jadąc dyliżansem z Warszawy do Lublina złp. 33, wiedząc że za jednę milę płaci po 1 zł. 15 gr. Pytanie, jaka jest odległość Warszawy od Lublina.

XXV. Znaleźć liczbę taką któréj część trzecia mniéj 12 równa się 11.

XXVI. Za 24 kóp jaj zapłacono 240 złp., po czemu płacono mendel?

XXVII. 24567 złp. 18 gr.; 134567 złp. 24 gr.; 6348 złp. 22 gr. Ile każda z tych summ czyni rubli srebrem, a ile rubli assygnacyjnych. Ile wszystkie summy dane czynią razem złotych polskich i jaka będzie po dodaniu ogólna summa rubli srebrem, a ile razem rubli assygnacyjnych.

XXVIII. 6849 rubli sr. 45 kop; 7342 rubli sr. 15 kop.; 958 rubli sr. 14 kop. Ile każda z tych 3ch summ danych czyni naprzód, rubli assygnacyjnych, ile czyni złotych polskich a potém dojść ile razem z tych 3ch danych summ otrzymamy rubli srebrem, po 2re rubli assygnacyjnych; po 3cie złotych polskich.

ROZDZIAŁ V.

O LICZBACH WIELORAKICH CZYLI RÓŻNOGATUNKOWYCH, W OGÓLNOŚCI.

Liczba złożona z kilku liczb, których jednostki są częściami jednostki głównéj zowie się wieloraką; *np*. 5 duk: — 14 złp. — 8 gr. Cała ta liczba zowie się wieloraką, składa się bowiem z 3ch oddzielnych liczb, to jest: 5 duk: 14 złp. — 8 gr.; piérwszéj z nich jednostką jest dukat, drugiéj złoty, a trzeciéj grosz; jednostka grosz jest trzydziestą częścią złotego, to jest jednostki drugiéj liczby; a jednostka złoty, jest ośmnastą częścią dukata, to jest jednostki głównéj w danéj liczbie wielorakiéj. Zbiór zaś liczb 5 duk: — 3 łokcie — 4 korce razem uważanych nie jest liczbą wieloraką dla tego, że jednostki tych liczb 1 dukat, 1 łokieć, 1 korzec. nie mają żadnego między sobą związku, tak dalece że nie można jedne z tych jednostek zamieniać na drugie.

Liczby wielorakie mają tę szczególnie własność, iż je można zredukować na liczbę pojedyńczą, a liczbę mianowaną pojedyńczą z mniejszych jednostek złożoną zamienić na wieloraką jak to już na niektórych przykładach pokazaliśmy; *np*. 3 łokcie 2 ćwierci – 5 cali, całą tę liczbę wieloraką można zamienić na pojedyńczą, za pomocą mnożenia i dodawania, bo w saméj rzeczy, 3 łokcie równają się 12 ćwierciom a 2 ćwierci z danéj liczby, razem 14 ćwierci; 14 ćwierci pomnożywszy przez 6 otrzymamy 84 cali, do czego przydawszy 5 cali z danéj liczby razem 89 cali = 3 łokcie 2 ćwierci 5 cali.

Z liczby pojedyńczéj 763 gr. łatwo przejść do liczby wielorakiéj, naprzód dzieląc 763 gr. przez 30, otrzymamy na iloraz 25 złp. a na resztę 13 gr., podzieliwszy następnie 25 złp przez 18, iloraz 1 będzie dukatem, a reszta 7 złotemi, razem więc 763 gr = 1 duk., 7 złp., 13 gr., liczba wieloraka z pojedyńczéj pozostała.

Uwaga. Nauczyciel nim przystąpi z dziećmi do innych działań na liczbach wielorakich, powinien zadawać im wiele i to rozmaitych przykładów zamiany liczb pojedyńczych mianowanych na wielorakie i przeciwnie wielorakie na pojedyńcze Tym sposobem dzieci ustalą sobie w pamięci podziały miar, wag i monet i coraz lepiéj wprawią się w szybkie odbywanie wszelkich rachunków.

Dodawanie liczb wielorakich.

Jak w liczbach całych pojedyńczych można było tylko liczby jednakowego gatunku do siebie dodawać, tak równie w liczbach wielorakich trzeba mieć na uwadze, że dodawane być mogą same tylko liczby wielorakie, których jednostki główne to jest najwyższe czy wyrażone w liczbach danych, czyli też domyślne są jednakowe.

Zadanie I. Przypuśćmy że mamy zebrać razem następujące liczby wielorakie.

5	sążni	— 2	łokcie	—	5	cali
4	„	— 1	„	—	17	„
6	„	— —	„	—	18	„
12	„	— 1	„	—	20	„
26	sążni	— »	„	—	12	cali, summa.

Objaśnienie działania. Zaczynam od zebrania liczb których jednostki są najmniejsze, jak w obecnym razie. zbieram czyli dodaję w sposób już znany liczby cali tych jest ogółem 60; w 60ciu calach jest 2 łokkie i cali 12. -- Cali 12 wypisuję pod calami, a 2 łokcie przydaję do łokci; w danych liczbach wielorakich łokci jest 4, a z cali złobiło się 2 łokcie razem 6; łokci 6 znaczy to samo co 2 sążnie i nic nie pozostaje, oznaczam tę okoliczność pod liczbą łokci przez znak ,, a 2 sążnie przydaję do 12 sążni + 6 + 4 + 5 będę miał razem 29 sążni. Summa więc szukana jest 29 sążni i 12 cali.

Zadanie II.	5 duk:	—	17 złp.	—	18 gr.
	6 ,,	—	12 ,,	—	14 ,,
	7 ,,	—	10 ,,	—	20 ,,
	8 ,,	—	9 ,,	—	4 ,,
	28 duk:	—	13 złp.	—	26 gr.

Summę tych czterech liczb wielorakich danych obliczyliśmy w sposób następujący. Naprzód zebraliśmy razem liczby, których jednostki są najmniejsze to jest: liczby groszy, tych było 56 czyli 1 złp. 26 gro:; 26 groszy podpisaliśmy pod groszami a złoty jeden dodaliśmy do 17 złp. + 12 złp. + 10 złp. + 9 złp. co uczyni razem 49 złp. czyli 2 duk: i 13 złp.; 13 złp napisaliśmy pod złotemi, a 2 duk: dodaliśmy do liczby dukatów, których razem jest 28.

Z tych dwóch poprzedzających zadań, możemy już wyprowadzić ogólne prawidło na dodawanie liczb wielorakich.

Liczby pojedyńcze w skład liczb wielorakich wchodzące podpisują się pod sobą tak, aby liczby których jednostki są tego samego gatunku były jedna pod drugą, potém podkreślają się te szeregi liczb wielorakich linijką, i zaczyna się działanie, od zebrania liczb, ktorych jednostki są najniższe, otrzymana ztąd summa, zamienia się na liczbę jednostek bezpośrednio wyższych i ta się do liczb tychże samych jednostek w drugiéj kolumnie dodaje, summa ich znowu zamienia się na liczbę złożoną z jednostek bezpośrednio wyższych w danych liczbach wielorakich i ta się przydaje do liczb w kolumnie trzeciéj znajdujących się, a jeżeli będzie jaka reszta każdéj z podobnych zamian, te się pod właściwemi jednostkami podpisują i t. d

Odejmowanie liczb wielorakich.

Odejmowanie równie jak dodawanie odbywać się tylko może na liczbach wielorakich, których jednostki główne są te same.

Zadanie I. Znaleźć różnicę dwóch liczb wielorakich, 24 korcy — 25 garncy — 2 kwarty i 18 korcy — 28 garncy — 1 kwarta.

Rozwiązanie.

24	korcy	— 25	garncy	— 2	kwart	liczba większa
18	,,	— 28	,,	— 1	,,	liczba mniejsza
5	,,	— 29	,,	— 1	,,	różnica szukana
24	,,	— 25	,,	— 2	,,	sprawdzenie.

Objaśnienie działania. Z dwóch liczb wielorakich jednakowego gatunku ta jest większa, która ma liczbę jednostek najwyższych największą; jak w obecnym przykładzie 24 korcy — 25 garncy — 2 kwart. jest liczbą większą od 18 korcy — 28 garncy — 1 kwarty. To założywszy, widzimy że chcąc odjąć od siebie dwie dane liczby, trzeba pod liczbą większą podpisać mniejszą, tak jednak aby ich jednostki odpowiadały sobie co do porządku, następnie odejmuję 1 kwartę od 2 kwart, pozostałą jednę kwartę podpisuję pod kwartami, dalej 28 garncy od 25 garncy odjąć nie można, w tym celu z 24 korcy biorę 1 korzec czyli 32 garncy dodaję je do 25 garncy, będę miał razem 57; od 57 garncy odjąwszy 28 garncy, pozostałe 29 garncy podpisuję w szeregu pierwszym pod garncami, w końcu odejmuję 18 Korcy od (24 — 1 czyli od 23 korcy, pozostałe 5 korcy podpisuję w kolumnie korcy i w ten sposób dochodzę, że liczba pierwsza od drugiej jest o 5 korcy — 24 garncy — 1 kwartę większa od drugiej, czyli że dwie dane liczby wielorakie o *tę* liczbę wieloraką znalezioną, od siebie się różnią.

Sprawdzenie. Do liczby danej mniejszej przydawszy różnicę otrzymać musimy liczbę większą, jak to właśnie wykonaliśmy na powyższym przykładzie

Zadanie II. Jeżeli kto urodził się roku 1794, dnia 15 Stycznia o godzinie 4 po południu, minucie 15, a umarł roku 1841 dnia 12 Lutego o godzinie 8 z rana minucie 20. Pytanie ile żył lat, miesięcy, dni, godzin i minut.

Aby na to pytanie odpowiedzieć, wypada naprzód obliczyć ile upłynęło lat, miesięcy dni, godzin i minut od Narodzenia Chrystusa, tak do śmierci tego człowieka, jak potém do jego urodzenia, odciągnąć drugą z tych liczb od piérwszéj a reszta będzie przeciągiem czasu życia tego człowieka na ziemi

W tym celu uważam naprzód, że człowiek ten umarł w Lutym roku 1841, a zatém od Narodzenia Chrystusa do jego śmierci upłynęło lat całkowitych 1840, umarł w Lutym więc na rok 1841 było tylko 1 miesiąc, umarł 20 lutego, na drugi miesiąc przeto upłynęło dni całkowitych 19, umarł o godzinie 8 z rana i minucie 20 upłynęło zatém do jego śmierci jeszcze 8 godzin i 19 minut. W taki sam sposób dojdziemy, że od Nadzeniu Chrystusa do narodzenia tego człowieka upłynęło lat 1793, dni 14, godzin 16 minut 14. To mając wypisujemy znalezione liczby i odejmujemy od siebie sposobem już podanym na pierwszym przykładzie.

lata	mies:	dnie	god:	min:
1840 —	1 —	19 —	8 —	19
1793 —	» —	14 —	16 —	14

żył więc 47 lat 1 mie: 4 dni 16 god: 5 minut.

Dzień w obecnym przykładzie liczyliśmy na 24 godzin, a początek jego, braliśmy od północy.

Mnożenie liczb wielorakich.

W mnożeniu liczb wielorakich zdarzyć się mogą trzy przypadki.

1) Gdy mnożna jest liczbą wieloraką, a mnożnik liczbą pojedynczą.

2) Gdy mnożna jest liczbą pojedynczą, a mnożnik wieloraką.

3) Gdy mnożnik i mnożna są liczbami wielorakiemi.

Aby podać sposoby postępowania we wszystkich powyższych przypadkach, rozwiążemy kolejno stosowne zadania.

PRZYPADEK I.

Mnożna liczbą wieloraką, a mnożnik pojedynczą.

Zadanie I. Jeżeli za jeden dukat dostajemy płótna łokci 6 — ćwierci 3 — cali 4. Za 548 dukatów ile dostaniemy łokci, ćwierci i cali tego samego płótna.

Rozwiązanie. Ponieważ za jeden dukat otrzymujemy łokci 6, ćwierci 3 i cali 4, więc za 548 dukatów będziemy mieli 548 razy więcéj, moglibyśmy więc to zadanie rozwiązać albo za pomocą dodawania albo za pomocą mnożenia. W piérwszym razie, trzebaby liczby 6 łokci — 3 ćwierci — 4 cale, podpisać pod sobą 548 razy, następnie dodać, a summa ztąd otrzymana byłaby odpowiedzią W drugim razie pomnożylibyśmy każdą w szczególności z liczb składających mnożną przez 548, i zamieniwszy cale i ćwierci na łokcie, dodalibyśmy je razem i ta summa byłaby odpowiedzią żądaną.

I tak:

6 ło: × 548 = 3288 ł:

3 ćw: × 548 = 1644 ćw: = 411 łokci

4 cale × 548 = 2192 = 91 ł: — 1 ćwierć — 2 cale.

Zebrawszy razem będzie:

3288 łokci

411

91 — 1 ćw: — 2 cale

Ogółem 3790 — 1 ćw: — 2 cale. Odpowiedź.

Można jeszcze wszystkie tym podobne zadania rozwiązać inaczéj, zamienię liczbę mnożną na jednogatunkową, jak w obecnym razie na liczbę cali, których z 6 ło: — 3 ćw: — 4 cali, będzie razem 166 cali; a ponieważ za jeden dukat dostaję cali 166, za dukatów 548, dostanę cali 548 razy więcéj, czyli 166 × 548 = 90968 cali czyli 3790 łokci — 1 ćwierć — 2 cale

Dwa powyższe sposoby lubo prowadzą do rozwiązania zadania, nie są jednak w praktyce używane dla tego że są długie i pociągają za sobą marnotrawstwo czasu; najużywańszy i zarazem najlepszy sposób postępowania jest rozbiorowy, aby go dać poznać, naprzód wskażemy samo działanie, a potém takowe wyjaśnimy.

Wzór działania.

Mnożna		6	łokci	— 3 ćw:	— 4 cale
Mnożnik		548	„	— „	— „
		3288	„	— „	— „
3 ćwierci	2 ćw:	274	„	— „	— „
	1 ćw:	137	„	— „	— „
4 cale . .	3 cale	68	„	— 2 ćw:	— „
	1 cal	22	„	— 3 ćw:	— 2 cale
iloczyn szukany		3790	łokci	— 1 ćw:	— 2 cale

Objaśnienie. Za dukata dostajemy 6 łokci, za 548 duk: dostaniemy 3288 łokci, pierwszy cząstkowy iloczyn; za jeden dukat mamy nie tylko 6 łokci, ale jeszcze ćwierci 3, które rozbieramy na 2 ćwierci + 1 ćwierć, i mówimy, 2 ćwierci są połową łokcia, skoro zatém za dukata dostajemy pół łokcia, to za 548 dukatów, dostaniemy 548 połówek łokcia, czyli 274 łokci, co jest drugim cząstkowym iloczynem. Za dukata dostajemy jeszcze jednę ćwierć, czyli połowę dwóch ćwierci; a że licząc po 2 ćwierci za dukat, dostaliśmy za 548 duk: łokci 274, więc licząc 1 ćwierć czyli połowę 2ch ćwierci za jednego duk:, dostaniemy połowę 274 łokci, czyli 137 łokci, i to jest trzeci cząstkowy iloczyn. Dotąd obliczyliśmy ile dostaniemy za 548 duk: licząc za dukata 6 łokci i 3 ćwierci, a że my prócz tego dostajemy za dukata 4 cale, przeto rozbieramy te 4 cale na 3 cale + 1 cal; 3 cale jest połową ćwierci, gdyśmy liczyli jednę ćwierć za jednego dukata, otrzymaliśmy 137 łokci, licząc teraz po 3 cale, czyli po pół ćwierci, otrzymamy połowę 137 łokci czyli 68 łokci 2 ćwierci, co jest czwartym cząstkowym iloczynem; jeden cal jest trzecią częścią 3ch cali, więc bierzemy trzecią część 68 łokci i 2 ćwierci czyli liczbę 22 łokci — 3 ćwierci — 2 cale i ta będzie piątym i ostatnim cząstkowym iloczynem, te wszystkie cząstkowe iloczyny do siebie dodajemy i będziemy mieli 3790 łokci — 1 ćwierć — 2 cale, iloczyn szukany z liczby 6 łokci — 3 ćwierci — 4 cale przez 543 czyli żądaną odpowiedź.

Uwaga. Branie danéj liczby jakiejkolwiek połowy, części trzeciéj, czwartéj i t. d. zwykle uskutecznia się z pamięci, w co powinien nauczyciel uczniów swoich należycie wprawić.

Zadanie II. Pewna liczba ludzi spożyła w jednym dniu mąki korcy 24 — ćwierci 3 — garcy 7; taż sama liczba ludzi (w takim samym stosunku spożywając dziennie) ile spożyje za dni 348?

Wzór działania.

		24	korce — 3 ćw: — 7 gar:
		348	
		192	
		96	
		72	
		8352	korce
po 3 ćw:	po 2 ćw:	174	
	po 1 ćw:	87	
po 7 gar:	po 4 gar:	43	— 2 ćw:
	po 2 gar:	21	— 3
	po 1 gar:	10	— 3 — 4 gar:
		8689	— » — 4 gar: odpo:

W tym przykładzie równie jak w poprzedzającym, rozpoczęliśmy działanie od pomnożenia liczby mającéj najwyższą jednostkę to jest 24 korcy przez 348 i otrzymaliśmy 8352 korcy na piérwszy cząstkowy iloczyn; następnie 3 ćwierci, rozebraliśmy na 2 ćwierci i 1 ćwierć. W skutku czego wzięliśmy połowę 348 korcy czyli 174 korcy drugi cząstkowy iloczyn; jedna ćwierć jest połową dwóch, a że licząc po 2 ćwierci wypotrzebowano 174 korcy, więc zużywając po 1 ćwierci spożyją połowę 174 korcy czyli 87 korcy, co będzie trzecim cząstkowym iloczynem; garcy 7 $= 4 + 2 + 1$, 4 garce są połową ćwierci, 2 gar: są połową 4 garcy, 1 garniec jest połową 2ch. Ci ludzie zużywając po 4 garce dziennie zużyją w dniach 348, połowę 87 korcy czyli 43 korcy 2 ćwierci, czwarty cząstkowy iloczyn; licząc po 2 garnce dziennie spotrzebują połowę 43 korce, 2 ćwierci czyli 21 korcy 3 ćwierci piąty cząstkowy iloczyn. Po 1 garcu dziennie spotrzebują w 348 dniach połowę 21 korcy 3 ćwierci, czyli 10 korcy. 3 ćwierci, 4 garce szósty i ostatni cząstkowy iloczyn. Wszystkie te cząstkowe iloczyny dodawszy razem otrzymamy na wypadek iloczyn z 24 korcy, 3 ćwierci, 7 garcy przez 348, czyli odpowiedź żądaną.

Dwa poprzedzające zadania rozwiązane są dla dania dokładnego wyobrażenia, jak postępować należy w mnożeniu liczb wielorakich na przypadek pierwszy

PRZYPADEK II.

Mnożna liczbą pojedynczą a mnożnik wieloraką.

Zadanie I. Ile trzeba zapłacić za 26 łokci — 3 ćwierci — 5 cali pewnej roboty, której łokieć kosztuje 28 złp.

Zadanie to można w dwojaki sposób rozwiązać. *Piérwszy sposób.* Zamieniam 26 łokci, 3 ćwierci, 5 cali na liczbę jednogatunkową czyli pojedynczą i otrzymam 647 cali, następnie powiadam, gdyby cal téj roboty kosztował złp. 28, to 647 cali kosztowałoby 647 razy więcéj czyli 28 złp. × 647 co czyni 18116 złp., lecz że my płacimy nie za 1 cal 28 złp, ale za 1 łokieć czyli za 24 cale, a zatém liczyliśmy 24 razy drożéj, czyli iloczyn 18116 złp. jest 24 razy większy od prawdziwego, trzeba go przeto zmniejszyć 24 razy czyli przez 24 podzielić i otrzymamy na iloraz 754 złp. 25 gr., co właśnie będzie odpowiedzią szukaną.

Drugi sposób powszechnie używany.

Wzór działania.

	Mnożna	28	złp.
	Mnożnik	26	łokci — 3 ćw: — 5 cali
		168	
		56	
		728	
za 3 ćw:	za 2 ćw:	14	
	za 1 ćw:	7	
za 5 cali	za 3 cale	3	— 15
	za 2 cale	2	— 10
		754 zł.	25 gr.

Objaśnienie. Łokieć po 28 złp., 26 łokci kosztować będą 26 razy więcéj czyli 728 złp., piérwszy cząstkowy iloczyn; 3 ćwierci = 2 ćwierci + 1 ćwierć, 2 ćwierci połowa łokcia, a zatem zapłacę za nie połowę 28 złp. czyli 14 złp drugi cząstkowy iloczyn. Za jednę ćwierć jako połowę 2 ćwierci, zapłacę połowę 14 złp czyli 7 złp. trzeci cząstkowy iloczyn; 5 cali = 3 cale + 2 cale. Za 3 cale jako połowę ćwierci zapłacę połowę 7 złp. czyli 3 złp. 15 gr. czwarty cząstkowy iloczyn. Za 2 cale jako trzecią część ćwierci zapłacę trzecią część wartości ćwierci to jest trzecią część 7 złp. czyli 2 złp. 10 gr. piąty cząstkowy iloczyn.

Te wszystkie cząstkowe iloczyny do siebie dodawszy, otrzymam na wypadek iloczyn z liczby 28 złp. pomnożonej przez 26 łokci, 3 ćwierci 5 cali.

Zadanie II. Jeżeli za dukat dostajemy tasiemki łokci 19, ile tejże samej tasiemki po cenie wskazanej kupimy za dukatów 54 — złp 12 gr. 15.

Zadanie to rozwiążemy za pomocą działania mnożenia, na co nas naprowadza sama natura rzeczy, bo gdy za jeden dukat dostajemy 19 łokci, to za 54 duk:, 12 złp., 15 gr: dostaniemy tyle razy więcej, ile razy ta ostatnia liczba wieloraka jest większa od jednego dukata.

Wzór działania.

Mnożna	19 łokci	
Mnożnik	54 duk: — 12 złp. — 18 gr.	
	76	
	95	
	1026 ło:	
za 12 zł: za 9 zł:	9 — 2 ćw:	
za 12 zł: za 3 zł:	3 — » — 4 cale	
za 1 zł:	1 — » — 1 — 2 linii	Liczba tylko pomocnicza.
za 15 gr:	» — 2 — » — 4 —	
	1039 ło: » ćw: 4 ca: 4 linii	

Objaśnienie. Naprzód rozbieram 12 złp. na 9 złp. + 3 złp. Aby się dowiedzieć ile otrzymamy łokci tasiemki za 54 dukatów trzeba pomnożyć 19 łokci przez 54, a mnogość 1026 łokci będzie pierwszym cząstkowym iloczynem. Za dukata dostajemy 19 łokci, więc za 9 złp., to jest za pół dukata będziemy mieli 9 łokci — 2 ćwierci, drugi cząstkowy iloczyn. Za 3 złp. jako część trzecią 9 złp., dostaniemy trzecią część 9 łokci — 2 ćw: czyli 3 łokci — 0 ćwierci — 4 cale, trzeci cząstkowy iloczyn. Za 1 złp. jako część trzecią 3 złp. dostalibyśmy trzecią część 3 łokci — 4 cali to jest 1 łokieć — 1 cal i 2 linii, liczba ta nie będzie się z innemi dodawać, i wynaleziona tu została w pomoc dla obliczenia ile dostaniemy łokci tasiemki za pewną liczbę groszy, dla tego tu ją między dwoma linijkami umieściliśmy. — Za 15 groszy jako połowę 1 złp dostaniemy połowę 1 łokcia, 1 cala i 2 linii, to jest 2 ćwierci i 4 linii, czwarty cząstkowy iloczyn.

Te wszystkie cząstkowe iloczyny zebrawszy razem, otrzymamy na summę liczbę która będzie odpowiedzią szukaną.

To samo zadanie można jeszcze rozwiązać inaczéj: 54 duk: — 12 złp. — 15 gr. zamieniam na grosze, tych będzie razem 29535.

Gdybyśmy za jeden grosz dostawali 19 łokci tasiemki, to za 29535 dostalibyśmy 561165 łokci, a że my nie za grosz ale za dukata to jest za 540 groszy dostajemy 19 łokci, czyli co na jedno wychodzi płacimy 540 razy drożéj, przeto 540 razy mniéj łokci otrzymamy, to jest $\frac{561165}{540}$ łokci co się równa 1039 łokci — 4 cali i 4 linii.

PRZYPADEK III.

Mnożna i mnożnik są liczbami wielorakiemi.

Zadanie I. Za łokieć sukna płacimy 2 duk: — 15 złp. — 25 gr: Za łokci 64 — ćwierci 3 — cali 5, po téj samej cenie łokieć ile zapłacimy.

Wzór działania.

	Mnożna	2 duk:	— 15 złp:	— 25 gr:		
	Mnożnik	64 łok:	— 3 ćw:	— 5 cali		
		128 duk:				a)
po 15 zł:	po 9 zł:	32				b)
	po 6 zł:	21	— 6 złp.			c)
	po 1 zł:	3	— 10 złp.			d)
po 25 zł:	po 15 gr:	1	— 14 złp.			e)
	po 10 gr:	1	— 3	— 10 gr:		f)
za 3 ćw:	za 2 ćw:	1	— 7	— 27 gr:	9 d.	g)
	za 1 ćw:	»	— 12	— 28 gr:	13 d.	h)
za 5 cali	za 3 cale	»	— 6	— 14 gr:	6 d.	i)
	za 2 cale	»	— 4	— 9 gr:	10 d.	k)
		187 duk:	1 złp.	—	2 d.	

Objaśnienie. Wykonywając powyższe działanie mnożenia otrzymaliśmy 10 cząstkowych iloczynów. Z tych cząstkowe iloczyny pod literami *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, już wytłomaczyliśmy w przypadku pierwszym mnożenia; iloczyny zaś cząstkowe pod literą *g*, *h*, otrzymuje się skoro liczbę 3 ćwierci rozbierzemy na 2 ćwierci + 1 ćwierć.

Za 2 ćwierci jako połowę łokcia, zapłacimy połowę jego wartości to jest połowę liczby 2 duk:, 15 złp., 25 gr. czyli 1 dukat, 7 złp., 27 gr., 9 denarów, *g*).

Za 1 ćwierć jako połowę 2 ćwierci zapłacimy połowę 1 dukat, 7 złp., 27 gr., 9 denarów czyli 12 złp., 28 gr., 13 denarów *h*), ułamki denarów jako mało znaczące, i w użyciu praktycznem nic mogące być zapłacone opuszczamy, przez co błąd w naszym rachunku na całej summie nawet grosza jednego nie uczyni.

5 cali = 3 cale + 2 cale.

Za 3 cale jako za połowę ćwierci zapłacimy połowę jéj wartości to jest: połowę 12 złp. — 28 gr: — 13 denarów, co uczyni 6 zł. — 14 gr. — 6 denarów, *i*).

Za dwa cale jako za trzecią część ćwierci, zapłacimy trzecią część jéj wartości to jest trzecią część 12 złp. — 28 gr. — 13 denarów, co uczyni 4 złp — 9 gr. — 10 denarów, *k*).

Zebrawszy te wszystkie cząstkowe iloczyny razem opuszczając tylko jeden zakreślony pod literą *d*) jako pomocniczy w rachunku, summa będzie odpowiedzią szukaną.

To samo zadanie można jeszcze rozwiązać innym sposobem, który chociaż tu okazanym będzie, jednakże nietrzeba uczniów przyzwyczajać do używania go, bo jest bez porównania dłuższy.

Wartość jednego łokcia wyrażam w samych groszach to jest: 2 duk: — 15 złp. — 25 gr. — 1555 groszy.

Daną liczbę 64 łokci — 3 ćwierci — 5 cali zamieniam na cale tych będzie 1559 cali. Następnie zmieniam zadanie mówiąc, za cal jeden płacę 1555 groszy, za 1559 cali, ile zapłacę. Odpowiedź znajdziemy mnożąc 1555 groszy przez 1559 iloczyn 2424245 groszy będzie wartością szukaną. Ponieważ my, nie za jeden cal płaciliśmy 1555 groszy ale za 1 łokieć to jest za 24 cale, a zatém iloczyn znaleziony od prawdziwego jest 24 razy większy, dzielę przeto liczbę 2424245 groszy przez 24, a iloraz 101010 groszy będzie wartością 64 łokci, 3 ćwierci i 5 cali, w dalszym ciągu grosze zamieniam na złote polskie, złote polskie na dukaty i otrzymam ten sam wypadek co wyżej to jest 187 duk: 1 złp.

Zadanie. Pewien handlarz zboża miał zysku na każdym korcu przedanej pszenicy 2 talary, 4 złp., 18 groszy. Na 234 korcach, 3 ćwierciach, 7 garcach, ile zarobił.

Rozwiązanie. 2 tal: — 4 zł. — 18 gr: mnożna
234 kor: — 3 ćw: — 7 gar: mnoż:

		468 tal:			
po 4 zł:	po 3 zł:	117			
	po 1 zł:	39			
po 18 gr:	po 15 g:	19	— 3 złp.		
	po 3 g:	3	— 5	— 12 gr.	
za 3 ćw:	za 2 ćw:	1	— 2	— 9	—
	za 1 ćw:	»	— 4	— 4	— 9 den:
za 7 gar:	za 4 gar:	»	— 2	— 2	— 4 —
	za 2 gar:	»	— 1	— 1	— 2 —
	za 1 gar:	»	— »	— 15	— 11 —
	Ogółem	650 tal: »	— 14	— 8 den:	

Ogółem 650 tal: » — 14 — 8 den:, odpowiedź szukana.

Opuściliśmy tu ułamki denara, na mocy téj zasady, że w życiu praktyczném, to wszystko co się odważyć, odmierzyć lub zapłacić nie może, z rachunku *się* wypuszcza, w obecnym nawet przypadku, nikt żądać nie może aby mu wypłacono 8 denarów, które z rachunku otrzymaliśmy. Rozwiązanie przeto nasze, chociaż nie jest ściśle matematyczne, ale wystarczające na potrzeby potocznego życia.

Zadanie. Ile zapłacimy za 69 sążni — 4 stóp — 11 cali pewnéj roboty przypuściwszy że jéj łokieć kosztuje 25 duk: — 17 złp. — 28 groszy.

Wzór działania.

	Mnożna	25 duk:	— 17 zł:	— 28 gr:		
	Mnożnik	69 sąż:	— 4 st:	— 11 cali		
		225 duk:				
		150				
po 17 zł:	po 9 zł:	34	— 9 zł:			
	po 6 zł:	23	— ,,	—		
	po 2 zł:	7	— 12	—		
	po 1 zł:	3	— 15	liczba pomocni:		
po 28 zł:	po 15 gr:	1	— 16	— 15 gr:		
	po 10 gr:	1	— 5	— ,,	—	
	po 3 gr:	»	— 6	— 27	—	
za 4 stóp	za 3 sto:	12	— 17	— 29	—	
	za 1 sto:	4	— 5	— 29	— 12 den:	
za 11 cali	za 6 cali	2	— 2	— 29	— 15	—
	za 3 cale	1	— 1	— 14	— 16	—
	za 2 cale	»	-- 12	— 29	— 14	—
	Ogółem	1815 duk:	,, zł.	25 gr:	3 den:	

Zadanie. Jeżeli za jeden dukat można otrzymać pewnej roboty 69 sążni, 4 stopy, 11 cali, za 25 duk:, 17 złp. 28 gr:, ile mieć będziemy tejże samej roboty.

Wzór działania.

	Mnożna	69 sąż: — 4 stóp 11 cali
	Mnożnik	25 duk: — 17 zł: 28 gr:
		345 sąż:
		138
po 4 stóp	po 3 sto:	12 — 3 st:
	po 1 sto:	4 — 1 —,
po 11 cali	po 6 cali	2 — „ — 6 cali
	po 3 cali	1 — „ — 3 —
	po 2 cali	„ — 4 — 2 —
za 17 zł:	za 9 złp.	34 — 5 — 5 — 6 linii
	za 6 złp.	23 — 1 — 7 — 8 —
	za 2 złp.	7 — 4 — 6 — 6 —
	za 1 złp.	3 — 5 — 3 — 3 — Liczba pomocni:
za 28 zł:	za 15 gr.	1 — 5 — 7 — 7 —
	za 10 gr.	1 — 4 — 9 — 1 —
	za 3 gr.	„ — 2 — 3 — 11 —
	Ogółem	1815 — „ — 3 — 3, odpow:

Uwaga I. W tym ostatnim przykładzie obydwa czynniki w skład mnożenia wchodzące, są też same jakie były w zadaniu poprzedzającém, a jednak otrzymaliśmy wypadki różniące się od siebie, w prawdzie nie co do liczb całkowitych ale co do natury głównej jedności i co do jéj podziałów. Z tego widzimy, że to prawidło któreśmy podali (na str. 97), iż można przemienić porządek czynników w mnożeniu nie zmieniając iloczynu, jest ściśle rzeczy biorąc prawdziwe tylko na ten przypadek, gdy to prawidło stosujemy do liczb ogólnych czyli niemianowanych, bo z saméj definicyi mnożenia wypada, iż w mnożeniu liczb mianowanych iloczyn i mnożna muszą być téjże saméj natury, to jest tego samego gatunku, a mnożnik chociażby był mianowanym w zadaniu, musi być koniecznie liczbą oderwaną, która oznacza ile razy powinna się powtórzyć mnożna, albo jaka z niéj część ma być wzięta. W odbywaniu przeto działania mnożenia, potrzeba starać się oznaczyć ściśle który z dwóch czynników ma być wzięty za mnożną, co łatwo zgadniemy, ponieważ musi być tego samego gatunku co mnogość, a ta ostatnia jest oznaczona warunkami zadania.

Uwaga II. Zapatrując się na sposób postępowania w rozwiązywaniu zadań z mnożenia liczb wielorakich, widzimy że dyfinicya tego działania, którą podaliśmy na liczby całkowite, tu zmianie uledz musi i powiemy w ogólności: „Działanie za pomocą którego mając dane dwie liczby jakiekolwiek znajdujemy trzecią, któraby się miała do jednéj z nich, jak druga do swéj jedności, nazywa się mnożeniem.

Uwaga III. Próba w mnożeniu liczb wielorakich, odbywa się za pomocą dzielenia; tak jak na liczbach całkowitych, można ją jednak wykonać w sposób następujący: Podwojoną mnożną, pomnożywszy przez połowę mnożnika, lub przeciwnie połowę mnożnéj pomnożywszy przez podwojonego mnożnika, otrzymać powinniśmy na iloczyn liczbę zawsze tę samę, jeżeli działanie dobrze było wykonane.

Sprawdzenie zadania na str. 193.

Podwojona mnoż:		5 tal: — 3 zł: — 6 gr:
Połowiczny mnoż:		117 kor: —1 ćw: —7 gar: —2 kw:
		585 tal:
	po 3 zł.	58 — 3 zł.
	po 1 zł.	19 — 3 — liczba pomocni:
	po 6 gr.	3 — 5 — 12 gr.
	za 1 ćw:	1 — 2 — 9 —
za 7 gar:	za 4 gar:	» — 4 — 4 — 9 den:
	za 2 gar:	» — 2 — 2 — 4 —
	za 1 gar:	» — 1 — 1 — 2 —
	za 2 kw:	» — » — 15 — 11 —
		650 tal: » zł: 14 gr: 8 den:

Wypadek zgodny z tym jaki otrzymaliśmy na str: 193.

Albo inaczéj:

Mnożna połowicz:		1 tal: — 2 złp. — 9 gr.
Podwojony mnoż:		469 kw: — 3 ćw: — 6 gar:
		469 tal:
	po 2 zł.	156 — 2 zł.
	po 1 zł.	78 — 1 — liczba pomocnicza
po 9 gr.	po 6 gr.	15 — 3 — 24 gr.
	po 3 gr.	7 — 4 — 27 —
za 3 ćw:	za 2 ćw:	» — 4 — 4 — 9 den:
	za 1 ćw:	» — 2 — 2 — 4 —
	za 4 gar:	» — 1 — 1 — 2 —
	za 2 gar:	» — » — 15 — 11 —

Ogółem 650 tal: » zł. 14 gr. 8 den: Wypadek zgodny z powyższym.

Tego sposobu sprawdzania działań mnożenia liczb wielorakich, niech dzieci często używają, aby się lepiéj oswoiły z podanemi tu zasadami postępowania.

Dzielenie liczb wielorakich.

Wypada nam rozróżnić tu dwa główne przypadki, albo dzielna i dzielnik są tego samego gatunku pod względem ich jednostek głównych, albo są różnego gatunku.

PIERWSZY PRZYPADEK.

Jeżeli dzielnik i dzielna są tego samego gatunku pod względem ich jednostek głównych, zamień liczbę wieloraką pierwszą i drugą na liczby pojedyncze, obejmujące w sobie najmniejsze jednostki jakie wchodzą w skład dwóch liczb danych, a potém podziel je przez siebie, a na iloraz który będzie liczbą wieloraką stosownie do warunków zadania, otrzymasz odpowiedź szukaną.

Zadanie I. Sążeń pewnéj roboty kosztuje 47 duk:, 15 złp., 12 gr. Za 2484 duk:, 3 złp., 18 gr., ile otrzymamy sążni tejże samej roboty?

Wzór działania.

47 duk:	2484 duk:
18	18
376	19872
47	2484
846	44712
15	3
861 złp.	44715 złp.
30	30
25830	1341450
12	18
25842 gr.	1341468 gr.

Dzielna Dzielnik

1341468	25842
49368	51 sążni — 5 stóp — 5 cali — 6 lin:
23526	— $1\frac{1}{7}$ millim: odpowiedź.
6	
141156	stóp
11946	
12	
23892	
11946	
143352	cali
14142	
12	
28284	
14142	
169704	linii
14652	
2	
29304	millimetr:
3462	millimetr:

Sprawdzenie za pomocą mnożenia.

Ponieważ jeden żążeń pewnej roboty kosztuje 47 duk:, 15 złp., 12 gr. Za 51 sążni, 5 stóp, 5 cali, 6 linii, 1 millim: $\frac{1}{7}$, ile zapłacimy?

Aby to zadanie rozwiązać dosyć liczbę wieloraką piérwszą pomnożyć przez drugą, a gdy otrzymamy na iloczyn 2484 duk:, 3 złp., 18 gr, to będzie dowodem, żeśmy działanię dzielenia dobrze wykonali.

Wzór działania.

		47 duk. – 15 zł. – 12 gr.				
		51 sąż. – 5 st – 5 cali – 6 linii – 1$\frac{1}{7}$ mill.				
		47 duk.				
		235				
po 15 zł	po 9 złp.	25	— 9 złp.			
	po 6 złp.	17	— • —			
	po 1 złp.	2	— 15 —			liczba pomocnicza
po 12 gr.	po 10 gr	•	— 17 —			
	po 2 gr.	•	— 3 —	12 gr.		
za 5 stóp	za 3 st.	23	— 16 —	21 —		
	za 2 st.	15	— 17 —	4 —		
	ze 1 st.	7	— 17 —	17 —		liczba pomocnicza
za 5 cali	za 4 cale	2	— 11 —	25 —	12 den.	
	za 1 cal	•	— 11 —	28 —	16 —	
	za 6 linii	•	— 5 —	29 —	8	
	za 1 mill:	•	— • —	14 —	17 —	
za częś siódmą millimetra blisko		•	— • —	2 —	2 —	

2484 duk. 3 złp. 18 gr. 1 den:, więcéj o 1 denar z powodu, iż wzięliśmy siódmą część a tam być winna cokolwiek mniej jak siódma część millometra.

Objaśnienie działania dzielenia. Zamieniliśmy 47 duk: — 15 złp. — 12 gr. na same grosze których otrzymaliśmy 25842; następnie 2484 duk: — 3 złp. — 18 gr. razem czynią groszy 1341468. Zadanie zatém piérwotne zmieniło się na następujące, jeżeli za sążeń pewnéj roboty płacimy 25842 grosze, ile otrzymamy sążni tejże saméj roboty i po téj saméj cenie za 1341468 groszy. Z natury tego pytania okazuje się, iż tyle otrzymamy sążni téj roboty, ile razy liczba gr: 25842 mieści się w liczbie 1341468 czyli mieć będziemy 25842gą część liczby 1341468, można więc tę liczbę 1341468 uważać teraz za sążnie których wziąć mamy część 25842gą. Jakoż dzieląc liczbę 1341468 przez 25842 otrzymujemy na iloraz 51 całych sążni, a pozostałą resztę sążni 23526 zamieniamy na stopy mnożąc przez 6 i tych będzie 141156, które dzielimy przez 25842, otrzymujemy na iloraz 5 stóp, a na resztę 11946 stóp, te zamieniamy na cale, dzielimy przez 25842 i tak daléj.

PRZYPADEK II.

Dzielnik i dzielna są różnogatunkowe.

Zadanie I. Za 28 ło: sukna zapłacono 54 duk: — 15 złp. — 17 gr., po czemu płacono łokieć.

Wzór działania.

54 duk: — 15 złp. — 14 gr.	28 dzielnik
26 duk:	1 duk: — 17 złp. — 8 gr. iloraz, będący żądaną odpowiedzią.
18	
208	
26	
468	
15	
483 złp.	
203	
7	
30	
210	
14	
224	

Objaśnienie działania. Gdy za 28 łokci płacimy 54 duk: — 15 złp. — 14 gr., to za jeden łokieć zapłacimy 28 razy mniéj, czyli 28mą część liczby danéj, czyli zapłacimy tyle razy mniéj ile razy 28 mieści się w 54 duk:, 15 złp. 14 gr. Jakoż 28ma część 54 duk:, jest 1 dukat i pozostanie na resztę 26 duk: te zamieniam na złp. i przydaje 15 złp., będzie razem 483 złp. tych część 28ma wynosi 17 złp. i pozostanie 7 złp. które zamieniwszy na grosze i przydawszy groszy

14, będzie razem 224 tych część 28ma równa się 8 gr. i nic nie pozostanie. A zatém ilorazem szukanym jest liczba 1 dukat — 17 złp. — 8 gr.

Sprawdzenie.

1 duk: — 17 zł. - 8 gr. (wartość 1 łokcia sukna)
28 łokci

28 duk:

po 17 zł. { po 9 zł. 14 —
po 6 zł. 9 — 6 złp.
po 2 zł. 3 — 2 — }

po 1 zł. 1 — 10 — liczba pomocni:

po 8 gr { po 5 gr. „ — 4 — 20 gr.
po 3 gr. „ — 2 — 24 — }

54 du: 15 zł. 14 gr. (wartość 28 łokci.)

Zadanie II. Za 23 funty łut: 26 herbaty, zapłacono 64 duk: — 16 złp. — 12 gr., po czemu płacono łut.

Zamieniam 23 funty i 26 łutów na łuty, których będzie 762. Ponieważ za 762 łutów zapłaciliśmy 64 duk:, 16 złp., 12 gr., a zatém za jeden łut zapłacimy 762gą część summy danéj, czyli trzeba summę daną pieniężną podzielić przez 762, a iloraz będzie odpowiedzią żądaną.

Wzór działania.

64 duk: — 16 złp. — 12 gr.	762
18	0 duk: — 1 złp. — 16 gr., wartość 1go łuta gerbaty.
512	
64	
1152	
16	
1168 złp.	
406	
30	
12180	
12	
12192	
4572 gr.	

Sprawdzenie tego działania.

0 duk: — 1 złp. — 16 gr.
762 łokci

po 1 zł.	42	—	6	złp.			
po 15 gr.	21	—	3	—			
po 1 gr.	1	—	7	—	12 gr.		
Razem	64	—	16	—	12	—	zgodno z zadan:

Zadanie III. Za 28 korcy pszenicy zapłacono 60 duk: — 16 złp. — 20 gr., po czemu płacono korzec?

Wzór działania.

dzielna	
60 duk: — 16 złp. — gr. 20	28 dzielnik
4	2 duk: — 3 złp. — 5 gr.
18	wartość jednego korca
72	
16	
88 złp.	
4	
30	
120	
20	
140	
==	

Sprawdzenie.

	2 duk:	— 3 złp.	— 5 gr.	
	28 kor:			
	56 duk:			
po 3 złp.	4	— 12 złp.		
po 1 złp.	1	— 10	—	liczba pomocnicza
po 5 gr.	,,	— 4	— 20 gr.	

Ogół 60 duk: 16 złp. 20 gr., zgodny z podz:

Zadanie IV. Za 24 korce — 3 ćwierci — 5 garcy pszenicy, zapłacono 48 duk: — 12 złp. — 21 gr., po czemu płacono korzec tejże samej pszenicy?

24 korcy
4
96
3
99 ćw:
8
792
5
797 gar:

Rozwiązanie. — Zadanie powyższe w skutku zamiany korcy, ćwierci na garce, może być teraz wysłowione w sposób następujący. Jeżeli za 797 garcy pszenicy płacimy 48 duk:, 12 złp., 21 gr., po czemu zapłacimy za jeden garniec. Odpowiedź na to znajdziemy dzieląc tę ostatnią wieloraką liczbę przez 797, a iloraz będzie wartością jednego garca, wartość tę pomnożywszy przez liczbę garcy w korcu to jest przez 32 otrzymamy cenę jednego korca, o co nam właśnie pierwiastkowo chodziło. Z tego widzimy, że wartość korca jest 32 razy większa, od ilorazu liczby 48 duk:, 12 złp., 21 gr. przez 797, aby ją otrzymać od razu dosyć podzielną powiększyć 32 razy i tak powiększoną podzielić przez ten sam dzielnik 797.

Wzór działania.

48 du: — 12 zł. — 21 gr.
32

96
144
po 12 zł. { po 9 zł. 16
po 3 zł. 5 — 6 zł.

po 1 zł. 1 — 14 — liczba pomo:

po 15 gr. „ — 16
po 6 gr. „ — 6 — 12 gr.

Razem 1558 — 10 — 12 — | 797

1 du: — 17 zł. — 6 gr., wartość 1go korca szukana.

761
18

6088
761

13698
10

13708 złp.

5738

159
30

4770
12

4782 gr.

Sprawdzenie działania.

1 duk: — 17 zł. — 6 gr.
24 kor: — 3 ćw: — 5 gar:

		24			
po 17 zł.	po 9 zł.	12			
	po 6 zł.	8			
	po 2 zł.	2	— 12 złp.		
	po 1 zł.	1	— 6	liczba pomocnicza	
	po 6 gr.	„	— 4	— 24 gr.	
za 3 ćw:	za 2 ćw.	„	— 17	— 18 —	
	za 1 ćw.	„	— 8	— 24 —	
za 5 gar:	za 4 gar.	„	— 4	— 12 —	
	za 1 gar.	„	— 1	— 3 —	

Ogół 48 duk. 12 zł. 21 gr., zgodny wypadek z zadaniem.

Zadanie V. Za 15 łokci — 3 ćwierci — 4 cale sukna, zapłacono 8 duk. — 8 złp. — 24 gr., po czemu płacono łokieć tego sukna?

Wzór działania.

15 łokci
4
―――
60
3
―――
63 ćwierci
6
―――
378
4
―――
382 cali

8 duk. — 8 zł. — 21 gr.

łokieć ma 24 cali; 24

192 duk.

po 8 złp. { po 6 zł. 8 —
po 2 zł. 2 — 12 zł.

po 1 zł. 1 — 6 — liczba pomocnicza

po 15 gr. » — 12 —

po 9 gr. » — 7 — 6 gr.

Dzielna. 203 — 13 — 6 — | 382 cali, dziel:

0 du: — 9 zł. — 18 gr.

18

1624

203

3654

13

3667 złp.

229

30

6870

6

6876 gr.

3056

====

Sprawdzenie działania.

0 duk: – 9 złp. – 18 gr.
15 łok: – 3 ćw: – 4 cali

		0 duk:				
	po 9 złp.	7	—	9 złp.		
	po 1 złp.	,,	—	15	—	liczba pomocni:
po 18 gr.	po 15 gr.	,,	—	7	—	15 gr.
	po 3 gr.	,,	—	1	—	15 —
za 3 ćw.	za 2 ćw.	,,	—	4	—	24 —
	za 1 ćw	,,	—	2	—	12 —
za 4 cale	za 3 cale	,,	—	1	—	6 —
	za 1 cal	,,	—	,,	—	12 —

8 duk: 8 złp. 24 gr., wypadek zgodny z warunkami zadania.

ZASTOSOWANIE DZIAŁAŃ

NA LICZBACH WIELORAKICH

DO ROZWIĄZYWANIA NIEKTÓRYCH ZAGADNIEŃ.

—

Pewien handlarz zakupił do sklepu swego, cztery następujące gatunki sukna.

A. 15 postawów,	18 ło:,	3 ćw: ;	po 37 duk:,	6 zł:	postaw.
B. 14	ditto	12 — 1 —	po 32 —	,,	ditto
C. 21	ditto	25 — 2 —	po 26 —	,,	ditto
D. 28	ditto	14 — 3 —	po 22 —	12	ditto

Sukna z pod lit: A.

Sprzedał 12 posta:, 9 ło:, 2 ćw:, 4 cali, po 38 du:, 12 zł postaw

Sukna z pod lit: B.

ditto 10 posta:, 18 ło:, 2 ćw:, 5 cali, po 40 du:, 4 zł. postaw

Sukna z pod litt: C.

ditto 18 posta:, 19 ło:, 2 ćw:, 3 cali, po 28 du:, 14 zł postaw

Sukna z pod lit: D.

ditto 27 posta:, 15 ło:, 5 cali, po 24 duk: postaw.

Pytanie:

1. Ile mu zostało z każdego gatunku sukna i ile razem?
2. Ile zarobił na każdym gatunku sukna przedanego w szczególności?
3. Ile zarobił razem na sprzedaném suknie?
4. Za jaką summę w ogólności zakupił sukna?
5. Za jaką summę sukna sprzedał?
6. Po czemu (nie mając względu na gatunek) powinien sprzedawać łokieć pozostałego mu sukna, aby zarobił na przedaży téj reszty summę 239 duk: — 11 złp. — 2 gr. — 6 den:

NB. Postaw sukna liczyć będziemy po 30 łokci. Sześć powyższych pytań są sześcioma oddzielnemi zadaniami, które kolejno rozwiążemy.

PYTANIE I.

Ile mu zostało z każdego gatunku sukna i ile razem.

Miał sukna z pod A.	15 p. —	18 ł. —	3 ćw.	
sprzedał	12 p. —	9 ł. —	2 ćw. —	4 cale
z Igo gat: pozos: mu	3 p. —	9 ł. —	,, ćw —	2 cali

Miał sukna z pod B.	14 p. — 12 ł. — 1 ćw.
sprzedał	10 p. — 18 ł. — 2 ćw. — 5 cali
z 2go gat: pozos: mu	3 p. — 23 ł. — 2 ćw. — 1 cal
Miał sukna z pod C.	24 p. — 25 ł. — 2 ćw.
sprzedał	18 p. — 19 ł. — 2 ćw — 3 cali
z 3go gat: pozos: mu	6 p. — 5 ł — 3 ćw. — 3 cali
Miał sukna z pod D.	28 p. — 14 ł. — 3 ćw.
sprzedał	27 p. — 13 ł. — ,, ćw. — 5 cali
z 4go gat: pozos: mu	1 p. — 1 ł. — 2 ćw. — 1 cal

Zebranie pozostałości.

A.	3 p.	— 9 ł.	— ,, ćw.	— 2 cale	
B.	3 p.	— 23 ł.	— 2 ćw.	— 1 cal	
C.	6 p.	— 5 ł.	— 3 ćw.	— 3 cale	
D.	1 p.	— 1 ł.	— 2 ćw.	— 1 cal	
Razem	14 p.	— 10 ł.	— ,, ćw.	— 1 cal	

Sprawdzenie.

Zakupił sukna	A.	15 p.	— 18 ł.	— 3 ćw.
	B.	14 p.	— 12 ł.	— 1 ćw.
	C.	24 p.	— 25 ł.	— 2 ćw.
	D.	28 p.	— 14 ł.	— 3 ćw.
	Razem	83 p.	— 11 ł.	— 1 ćw.

Sprzedał	12 p. —	9 ł. —	2 ćw. —	4 cali
	10 p. —	18 ł. —	2 ćw. —	5 cali
	18 p. —	19 ł. —	2 ćw. —	3 cali
	27 p. —	13 ł. —	„ ćw. —	5 cali
Razem	69 p. —	1 ł. —	„ ćw. —	5 cali

Porównanie.

Miał sukna	83 p. —	11 ł. —	1 ćw.	
sprzedał	69 p. —	1 ł. —	„ ćw. —	5 cali
Pozimu razem	14 p. —	10 ł. —	„ ćw. —	1 cal

PYTANIE II.

Ile zarobił na każdym gatunku sukna przedanego w szczególności.

Aby na to pytanie odpowiedzieć, wypada obliczyć, ile za sukno sprzedane z każdego gatunku kupiec zapłacił, a następnie ile za niego dostał, różnica tych dwóch summ, będzie zyskiem szukanym.

Cenę sukna w pierwszym i drugim razie znajdziemy za pomocą mnożenia.

a) *Cena kupna z gatunku A.*

		37 duk: 6 — złp.		
		12 pos: 9 ło; — 2 ćw. — 4 cali		
		74 duk.		
		37		
	po 6 złp.	4 duk.		
za 9 ł.	za 6 ł.	7 duk.	— 8 zł.	— 12 gr.
	za 3 ł.	3 duk.	— 13 zł.	— 6 —
	za 1 ł.	1 duk.	— 4 zł.	— 12 —
	za 2 ćw.	,, duk.	— 11 zł.	— 6 —
	za 4 cale	,, duk	— 3 zł.	— 22 —
	Razem	460 duk.	— ,, zł.	— 16 gr.

b) *Cena przedaży tego samego sukna z pod A.*

		38 duk. — 12 złp.		
		12 pos. — 9 ł. — 2 ćw. — 4 cali		
		76 duk.		
		38		
po 12 zł	po 9 zł.	6		
	po 3 zł.	2		
za 9 ł.	za 6 łokci	7	— 13	— 6 gr.
	za 3 łokci	3	— 15	— 18 —
	za 1 łokieć	1	— 5	— 6 —
	za 2 ćw.	,,	— 11	— 18 —
	za 4 cale	,,	— 3	— 26 —
	Razem	476 duk.	8 zł.	8 gr.

Porównanie.

Sprzedał z gatunku A. za	476 duk.	— 8 zł —	8 gr.
kupił to samo za	460 duk.	— „ zł. —	16 gr.
Zyskał na pierw: gatunku	16 duk.	— 7 zł. —	22 gr.

c) *Cena kupna sukna z gatunku B.*

32 duk.
10 p. — 18 ł. — 2 ćw. — 5 cali

		320 duk.			
za 18 ł.	za 15 ł.	16 duk.			
	za 3 ł.	3 duk.	3 złp.	18 gr.	
	za 1 ł.	1 —	1 —	6 —	
za 5 ca.	za 2 ćw.	„ —	9 —	18 —	
	za 4 cali	„ —	3 —	6 —	
	za 1 cal	„ —	„ —	24 —	
	Razem	339 duk	17 złp.	6 gr.	

d) *Cena przedaży sukna z gatunku B.*

40 duk. — 4 zł.
10 p. — 18 ł. — 2 ćw. — 5 cali

		400 duk.		
	po 4 złp.	2 —	4 zł.	
za 18 ł.	za 15 ł.	20 —	2 —	
	za 3 ł.	4 —	„ —	12 gr.
	za 1 ł.	1 —	6 —	4 —

	za 2 ćw:	»	12	2 gr.		
za 5 ca:	za 4 calc	»	4	»	12 den:	
	za 1 cal	»	1	»	3	
	Razem	427 duk:	5 zł:	14 gr:	15 den:	
	Za to samo suk: zapł:	339	17	6		
	Zyskano	87 duk:	6 zł:	8 gr:	15 den:	

e) *Cena kupna sukna z gatunku C.*

		26 duk.			
		18 p. — 19 ł. — 2 ćw. — 3 cale			
		208 duk.			
		26			
za 19 ło:	za 15 ło:	13			
	za 3 ło:	2	10	24	
	za 1 ło:	»	15	18	
	za 2 ćw:	»	7	24	
	za 3 cale	»	1	28	9 den:
		485 duk:	» zł:	4 gr:	9 den:

f) *Cena przedaży sukna z gatunku C.*

28 duk: — 14 zł:
18 p. — 19 ł. — 2 ćw: — 3 cale

224 duk:
28

	po 14 zł:	14
za 19 ło:	za 15 ło:	14 — 7 zł.
	za 3 ło:	2 — 15 — 24 gr:
	za 1 ło:	» — 17 — 8 —
	za 2 ćw:	» — 8 — 19 —
	za 3 cale	» — 2 — 4 — 13½ den:
	Razem	536 — 14 — 25 — 13½ den:
	Kupiono za	485 — » — 4 — 9 —
	Zyskano	51 du: 14 zł: 21 gr: 4 den:

g) *Cena kupna z gatunku D.*

22 duk. — 12 złp.
27 pos — 13 ł. — 5 cali

154 duk:
44

po 12 zł.	po 9 zł.	13 — 9 zł:
	po 3 zł.	4 — 9 —
za 13 ł.	za 10 łokci	7 — 10 —
	za 3 łokci	2 — 4 — 24 gr.
	za 1 łokieć	,, — 13 — 18 —
	za 4 cale	,, — 2 — 8 —
	za 1 cal	,, — ,, — 17 —
	Razem	621 du: 17 zł. 19 gr.

h) *Cena przedaży sukna z gatunku D.*

		24 duk:
		27 pos: 13 łokci — 5 cali
		168 duk.
		48
za 13 ł:	za 10 ło:	8 duk.
	za 3 ło:	2 duk. — 7 zł. — 6 gr.
	za 1 ł.	„ duk. — 14 zł. — 12 —
	za 4 cale	„ duk — 2 zł. — 12 —
	za 1 cal	„ duk. — „ zł. — 18 —
	Razem	658 duk. — 10 zł. — 6 gr.
	Kupiono za	621 duk. — 17 zł. — 19 —
	Zyskano	36 duk. — 10 zł. — 17 gr.

A zatém pod literami *b*, *d*, *f*, *h*, znaleźliśmy żądane odpowiedzi na pytanie drugie.

PYTANIE III.

Ile zarobił razem na sprzedanem suknie?

Na suknie sprzedaném:

Z gatunku	A.	zyskał	16 duk:	7 zł:	22 gr:	» den:
idem	B.	ditto	87 —	6 —	8 —	15 —
idem	C.	ditto	51 —	14 —	21 —	$4\frac{1}{2}$ —
idem	D.	ditto	36 —	10 —	17 —	» —
Razem na całej sprzedaży zyskał . .			192 duk:	3 zł:	9 gr:	$1\frac{1}{2}$ den:

PYTANIE IV.

Za jaką summę w ogólności zakupił sukna?

Na to pytanie odpowimy, skoro cenę każdego gatunku kupionego sukna pomnożymy przez odpowiadającą jéj ilości tegoż sukna, a potém te iloczyny otrzymane zbierzemy razem, czyli je do siebie dodamy.

Gatunek A.

		37 du: — 6 zł.
		15 pos: — 18 ło: — 3 ćw:
		185
		37
	po 6 zł:	5
za 18 zł:	za 15 ł.	18 — 12 zł.
	za 3 ł.	3 — 13 — 6 gr.
	za 1 ł.	1 — 4 — 12 —
	za 2 ćw.	,, — 11 — 6 —
	za 1 ćw.	,, — 5 — 18 —
		583 du: 6 zł:

Gatunek B.

32 duk:
14 pos: — 12 łokci — 1 ćwierć

128
32
za 10 ł. 10 — 12 zł.
za 2 ł. 2 — 2 — 12 gr.
za 1 ćw: „ — 4 — 24 —

461 du: 1 zł: 6 gr.

Gatunek C.

26 duk.
24 p. — 25 ł. — 2 ćw.

104 duk.
52
za 25 ł. { za 15 ł. 13 duk.
za 10 ł. 8 — 12 złp.

za 1 ł. „ — 15 — 18 gr.

za 2 ćw. „ — 7 — 24 —

Razem 646 duk: 1 złp. 24 gr.

Gatunek D.

22 duk: — 12 zł.
28 pos: — 14 ło: — 3 ćw:

176 duk:
44

po 12 zł.	po 9 zł.	14 —			
	po 3 zł.	4 —	12 zł.		
za 14 zł.	za 10 ł.	7 —	10 —		
	za 3 ł.	2 —	4 —	24 gr.	
	za 1 ł.	» —	13 —	18 —	
	za 2 ćw.	» —	6 —	24 —	
	za 1 ćw.	» —	3 —	12 —	

Razem 645 du: 14 zł: 18 gr.

Zebranie ogólne.

Za sukno z gat:	A. zapł:	583 duk:	6 zł:		
idem	B. ditto	461 —	1 —	6 gr.	
idem	C. ditto	646 —	1 —	24 —	(p)
idem	D. ditto	645 —	14 —	18 —	

Ogółem 2336 duk: 5 zł: 18 gr.

Sprawdzenie.

Odpowiadając na pytanie drugie, obliczyliśmy ile handlarz zapłacił za sukno sprzedane, gdy teraz dojdziemy wartości pozostałego sukna z każdego gatunku i dodamy razem; summy powinny się zgodzić z dopiéro co wynalezionemi

Wartość pozostałości z gatunku A.

37 duk: – 6 złp.
3 pos: – 9 łok: – 2 cale

	111 duk:			
	po 6 zł:	1 —		
za 9 łok:	za 6 ło:	7 —	8 zł.	12 gr.
	za 3 ło:	3 —	13 —	6 —
	za 1 ło:	1 —	4 —	12 —
	za 2 cale	» —	1 —	26 —

Razem 123 duk. 5 zł. 14 gr., do czego przydawszy. . . . 460 — » — 16 — wartość sukna przedanego.

Ogół 583 duk: 6 zł: » gr., zgodny z rachunkiem (p).

Wartość pozostałości z gatunku B.

32 duk:
3 pos: — 23 ło: — 2 ćw: — 1 cal

96 duk:

za 23 ło: { za 15 ło: 16 —
za 5 ło: 5 — 6 zł:
za 3 ło: 3 — 3 — 18 gr.

za 1 ło: 1 — 1 — 6 —

za 2 ćw: „ — 9 — 18 —
za 1 cal „ — „ — 24 —

Razem 121 du: 2 zł: „ gr., do czego przydawszy . . . 339 — 17 — 6 — wartość sukna przedanego.

Ogół 461 du: 1 zł: 6 gr, zgodny z rachunkiem pod lit: p.

Wartość pozostałości z gatunku C.

26 duk:
6 po: — 5 ło: — 3 ćw: — 3 cale

156 duk:

za 5 ło: 4 — 6 zł.

za 1 ło: » — 15 — 18 gr.

za 3 ćw. { za 2 ćw. „ — 7 — 24 —
za 1 ćw „ — 3 — 27 —

za 3 cale „ — 1 — 28 — 9 d:

Razem 161 du: 1 zł: 19 g: 9 d:, do czego przydawszy. . . 485 — „ — 4 — 9 d:, wartość sukna przedanego

Ogół 646 du: 1 zł. 24 g: » d:, zgodny z rachunkiem pod lit: (p).

Wartość pozostałości z gatunku D.

	22 duk:	— 12 zł:			
	1 po:	— 1 ło:	— 2 ćw:	— 1 cal	
	22 duk:	12 zł:			
za 1 ł:	»	— 13	— 18 gr:		
za 2 ćw:	»	— 6	— 24 —		
za 1 cał	»	— »	— 17 —		

Razem 23 duk: 14 zł: 29 gr:, do czego przydawszy . . . 621 — 17 — 19 gr., wartość sukna sprzedanego.

Ogół 645 duk: 14 zł: 18 gr., zgodny z rachunkiem pod lit: (p).

Dla wprawy może nauczyciel kazać uczniom, podpisać wartości sukna sprzedanego po cenie kupna obliczone, następnie wartości sukna pozostałego, z czego będzie ośm liczb wielorakich, które po dodaniu do siebie, muszą dać liczbę zupełnie równą téj jaką otrzymaliśmy pod literą (p).

PYTANIE V.

Za jaką summę sprzedał sukna?

Obacz odpowiedź na pytanie 2gie, gdzie znajdziesz:

Że z gat:	A.	sprzedał	za 476 du:	8 zł:	8 gr:		
idem	B.	ditto	za 427	— 5	— 14	— 15 d:	
idem	C.	ditto	za 536	— 14	— 25	— 13½ —	
idem	D.	ditto	za 658	— 10	— 6 —		

Razem sprzedał 2099 du: 2 zł: 24 gr: 10½ d:

Za to samo sukno kupiec zapłacił:

Z gatunku	A. 460 duk:	» zł:	16 gr:		
ditto	B. 339 —	17 —	6 —		
ditto	C. 485 —	» —	4 —	9 d:	
ditto	D. 621 —	17 —	19 —		
Razem	1906 duk:	17 zł:	15 gr:	9 d:	

Porównanie.

Dostał za sukno	2099 duk:	2 zł:	24 gr:	$10\frac{1}{2}$ d:
Zapła: za niego	1906 —	17 —	15 —	9 —
Zyskał na przed:	192 duk:	3 zł:	9 gr:	$1\frac{1}{2}$ d:

wypadek zgodny z tym, jaki otrzymaliśmy na odpowiedź na pytanie trzecie.

PYTANIE VI.

Po czemu (nie mając względu na gatunek) powinien sprzedawać łokieć sukna, aby zarobił na przedaży całej reszty summę 239 duk. — 11 złp. — 2 gr. — 9 den.?

Rozwiązanie. — Pozostałość obliczyliśmy odpowiadając na pierwsze pytanie, ta wynosi razem 14 p., 10 ł, 1 cal.

W odpowiedzi zaś na pytanie czwarte znaleźliśmy wartość pozostałości każdego w szczególności gatunku, i tak:

Wartość z pozostałości:

Z gatunku	A	wynosi	123 duk:	5 zł:	14 gr:			
ditto	B.	»	121	— 2	—	»	—	
ditto	C.	»	161	— 1	— 19	—	9 d:	
ditto	D.	»	23	— 14	— 29	—		

Razem renta koszto: 429 duk: 6 zł: 2 gr: 9 d:

Do czego przydawszy zysk mający się otrzymać. . . . . . . 239 duk: 11 zł: 2 gr: 9 d:

Ogółem za 668 duk: 17 zł: 5 gr: » d:, powinien sprzedać 14 pos: — 10 ło: — 1 cal, aby na tej sprzedaży mógł zyskać 239 duk: — 11 zł: — 2 gr: — 9 denarów.

Aby dojść po czemu powinien sprzedawać łokieć sukna, dosyć będzie 14 p., 10 ł., 1 cal, zamienić wszystko na cale, co uczyni 10321 cali, a summę 668 duk., 17 zł., 5 gr. podzielić przez 10321 cali, otrzymamy na iloraz wartość jednego cala, którą pomnożywszy przez 24, będziemy mieli wartość jednego łokcia, albo co na jedno wychodzi, wziąć dzielną 24 razy większą i podzielić ją przez tenże sam dzielnik 10321 a iloraz będzie ceną jednego łokcia.

Wykonanie.

668 duk: — 17 zł: — 5 gr:
24

2672 duk:
1336
po 9 zł: 12
po 6 zł: 8
po 2 zł: 2 — 12 zł:
po 5 zł: » — 4 —

16054 duk: 16 zł: liczba 24 razy większa od 668 duk: — 17 zł: — 5 gr:

Dzielenie.

16054 duk: — 16 złp. | 10321
5733
18
45864
5733
103194
16
103210 złp.
0

1 duk: — 10 złp. wartość szukana jednego łokcia.

Zadania które na wzór poprzedzającego rozwiązać można.

Zadanie I. Na pewnym składzie było w ogóle wełny 31172 cent., 2 kam., 30 funt.; centnar średnio kupowany był po 27 duk., 10 złp.

Sprzedano zaś:

Część 15tą tej wełny	po 31	duk:	4	złp:	centnar
Część 18tą	ditto	po 35	—	8	—	ditto
Część 24tą	ditto	po 39	—	12	—	ditto

Pytania.

1. Ile kupno wszystkiej wełny kosztowało?

2. Ile otrzymano pieniędzy za 15tą część sprzedanej wełny, ile za część 18tą, ile za część 24tą, a ile razem za te 3 częściowe sprzedaże?

3. Ile zyskano na przedaży pierwszej partyi, ile na przedaży drugiej, ile na przedaży trzeciej, i ile zyskano razem?

4. Po czemu trzebaby sprzedawać resztę pozostałą wełny aby na tej przedaży zyskać ogółem 234 duk: — 15 złp. — 18 gr. (Obliczyć aż do denarów cenę jednego centnara.

Uwaga. Centnar wełny ma 4 kamienie, a kamień 33 funty.

Zadanie II. Za 18 bell, 8 ryz, 18 liber, 23 arkusze papieru ile trzeba zapłacić, płacąc za bellę 22 duk: — 4 złp., i po czemu wypada arkusz tego papieru?

Wiedząc, że bella ma w sobie 10 ryz, ryza ma 20 liber, a libra 24 arkusze papieru.

Zadanie III. Za 154 duk:, 18 złp., 24 gr. ile kupić możemy bell, ryz, liber i arkuszy papieru płacąc za arkusz po 2 grosze.

Zadanie IV. Za 51 włok, 16 morgów, 254 prętów kwadratowych gruntu zapłacono 13640 duk:, 7 złp. Po czemu płacono za włókę?

Zadanie V. Za 14 włók, 24 morgów, 184 prętów kwadratowych, ile wypadnie zapłacić, płacąc za jeden pręt kwadratowy po 18 groszy.

Zadanie VI. Za 12 fur desek, ile trzeba zapłacić, wiedząc że na każdej furze jest desek 24 i że za kopę płacimy po 123 złp. 15 gr., jaka jest cena deski jednej.

Zadanie VII. Pewien handlarz zakupił pszenicy.

A.	197 Kor:	2 ćw:	4 gar:	
B.	226 —	» —	2 —	
C.	187 —	2 —	» —	
D.	101 —	1 —	4 —	

za co zapłacił	292 duk:	14 złp.		
ditto	321 —	9 —	6 gr:	
ditto	255 —	10 —		
ditto	120 —	1 —	10 —	

Pszenicę pod	A.	przedał	po 2 du:	3 zł:	5 gr:		korzec
ditto	B.	ditto	po 1	— 5	— 6	—	ditto
ditto	C.	ditto	po 1	— 9	—15	—	ditto
ditto	D.	ditto	po 1	-- 10	—		

Pytania :

1. Po czemu kupował korzec pszenicy z pod A, B, C, D, w szczególności.

2. Jaka jest różnica ceny kupna i przedaży korca pszenicy z każdego gatunku.

3. Ile razem kupił pszenicy i ile za nią zapłacił.

4. Ile ze sprzedaży pszenicy otrzymał i ile miał zysku.

Zadanie VIII. Pewien handlarz zakupił na targu, wełny cztery gatunki.

A. 24 cent.	3 kam.	17 fnt.	po 48 tal.	2 zł.	12 gr.	centnar.
B. 22 —	3 —	24 —	po 69 —	4 —	» —	ditto
C. 19 —	1 —	18 —	po 88 —	» —	» —	ditto
D. 25 —	» —	23 —	po 66 —	» —	» —	ditto

Z 1go gatun: sprze:	15 cent.	3 kam.	17 funt	po 50 tal.	5 zł.	cent.
Z 2go ditto	18 —	2 —	24 —	po 70 —	3 —	ditto
Z 3go ditto	17 —	1 —	15 —	po 90 —	4 —	ditto
Z 4go ditto	20 —	» —	18 —	po 80 —	3 —	ditto

Pytania:

1. Ile mu zostało z każdego gatunku wełny, i ile razem?

2. Ile zasobił razem na sprzedanej wełnie?

4. Za jaką summę zakupił wełny?

5. Za jaką summę sprzedał wełny?

6. Poczemu powinienby sprzedawać centnar (nie mając względu na gatunek wełny) aby na całéj pozostałéj reszcie po sprzedaniu mógł zarobić 1034 tal: — 5 złp.

Zadanie IX. Pewien podróżny zrobił drogi mil 288; dziennie szedł godzin 8, a każde 4 mile uchodził w 3ch godzinach i 45 minutach. Pytanie ile dni i godzin potrzebował do odbycia swéj podróży.

Zadanie X. Pewien kupiec zarabiając na przedaży każdego łokcia sukna 2 złp. — 15 gr., zarobił w ciągu roku 385 duk: — 17 złp. — 18 gr. Pytanie ile sprzedał łokci tego sukna?

KONIEC.

SPIS RZECZY.