

Instytut Fizyki UMCS, 20-031 Lublin, pl. M. Curie-Skłodowskiej 1

STANISŁAW HAŁAS, WŁODZIMIERZ KROLOPP*,
JAROSŁAW SIKORA*

605

*Uproszczony model dynamiczny źródła elektronów
z gorącą katodą*

Simplified Dynamic Model of Electron Source with a Hot Filament

1. WSTĘP

W niniejszym artykule przedstawiono uproszczony, prądowo-mocowy model dynamiczny źródła elektronów z gorącą katodą. Opisany model jest wysoce przydatny do analizy fluktuacji natężenia wiązki elektronowej generowanej termicznie. Tego rodzaju wiązki są szeroko wykorzystywane do jonizacji gazu w aparaturze próżniowej (np. spektrometrze mas, próżniomierzu jonizacyjnym, analizatorach gazów reszkowych). Natężenie prądu jonowego otrzymywanego w wyniku jonizacji [1] w źródle jonów jest określone poniższą zależnością:

$$I_j = nQ_T I_e l, \quad (1)$$

gdzie I_j — prąd jonowy utworzony przez określony rodzaj jonów; Q_T — sumaryczny przekrój czynny na jonizację atomów określonego rodzaju elektronami; I_e — natężenie wiązki jonizującej; l — długość drogi oddziaływa-

* Wydział Elektryczny Politechniki Lubelskiej (Faculty of Electrical Engineering, Technical University in Lublin) 20-618 Lublin, Nadbystrzycka 38A, Poland.

nia wiązki elektronowej z atomami badanego gazu, przyjęta w rozważaniach jako stała; n — koncentracja atomów określonego rodzaju.

Prąd jonowy jest miarą ciśnienia parcjalnego, czyli miarą koncentracji atomów określonego rodzaju, przy stałych wartościach Q_T , I_e oraz l . Określenie rodzaju mierzonych jonów dokonywane jest w procesie separacji. Dla stałych n , l oraz niezbyt dużych zmian Q_T , I_e , przy założeniu ich niezależności, można określić różniczkę prądu jonowego:

$$\Delta I_j = \frac{\partial I_j}{\partial Q_T} \Delta Q_T + \frac{\partial I_j}{\partial I_e} \Delta I_e, \quad (2)$$

a także zgodnie ze wzorem (1)

$$\Delta I_j = I_e n l \Delta Q_T + Q_T n l \Delta I_e. \quad (3)$$

Jeżeli założymy, że znane są wartości oczekiwane wielkości Q_T , I_e oraz ich wariancje, to mamy następującą postać wariancji natężenia prądu I_j :

$$\sigma^2(I_j) = \left(\frac{\partial I_j}{\partial Q_T} \right)^2 \sigma^2(Q_T) + \left(\frac{\partial I_j}{\partial I_e} \right)^2 \sigma^2(I_e). \quad (4)$$

W celu uzyskania wystarczającej powtarzalności wyników pomiarów spektrometrycznych wymagana jest określona wartość wariancji prądu jonowego. Jeśli założy się, że jest to wielkość dana, to można wyznaczyć — w oparciu o wzór (4) — warunek na wariancję natężenia wiązki elektronowej [2, 3], który ma postać

$$\sigma^2(I_e) < \frac{\sigma^2(I_j) - \left(\frac{\partial I_j}{\partial Q_T} \right)^2 \sigma^2(Q_T)}{\left(\frac{\partial I_j}{\partial I_e} \right)^2}. \quad (5)$$

We wzorze (5) wielkość $\sigma^2(Q_T)$ może być dowolnie mała, jeśli zostanie zapewniona dostateczna stabilizacja napięcia, które przyspiesza elektrony i od którego zależy wartość Q_T . Co więcej, przekrój czynny Q_T ma bardzo płaskie maksimum, gdy wartość energii jest bliska 100 eV.

2. ANALIZA TEORETYCZNA

Aby otrzymać w analizowanym modelu dynamicznym źródła elektronów równanie opisujące zależność między fluktuacją mocy zasilania źródła ΔP

a fluktuacją natężenia emitowanej wiązki ΔI_e , przedstawmy w następującej postaci bilans energetyczny dla katody:

$$mc \frac{dT}{dt} = P - P_r(T), \quad (6)$$

gdzie: m — masa katody; c — ciepło właściwe katody; t — czas; P — moc dostarczona do katody, P_r — moc odprowadzana przez promieniowanie.

Jeśli założymy, że temperatura katody jest znacznie większa od temperatury otoczenia, to moc odprowadzana przez promieniowanie — zgodnie z prawem Stefana-Boltzmana — może być wyrażona następującym wzorem:

$$P_r(T) = k_r L D T^4, \quad (7)$$

gdzie k_r jest iloczynem współczynnika emisyjności i stałej Stefana-Boltzmana; L jest obwodem przekroju poprzecznego katody; D jej długością.

Następnie rozwijamy wyrażenie (7) w szereg Taylora w otoczeniu punktu T_1

$$P_r(T) = P_r(T_1) + \left(\frac{dP_r}{dT} \right)_{T=T_1} \Delta T + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 P_r}{dT^2} \right)_{T=T_1} \Delta T^2 + \dots \quad (8a)$$

$$T = T_1 + \Delta T. \quad (8b)$$

Z uwagi na niewielkie zmiany temperatury uwzględniamy tylko dwa pierwsze wyrazy szeregu, w związku z czym równanie (6), po zastosowaniu równości (8b), przyjmie następującą postać:

$$mc \frac{d(\Delta T)}{dt} = P - P_r(T_1) - 4k_r L D T_1^3 \Delta T. \quad (9)$$

Moc dostarczaną do katody tworzy składowa stała P_s oraz składowa zmienna ΔP ; w stanie ustalonym zaś suma składowych stałych mocy równa jest zero. Biorąc powyższe pod uwagę otrzymujemy równanie (9) w następującej postaci:

$$mc \frac{d(\Delta T)}{dt} = \Delta P - 4k_r L D T_1^3 \Delta T. \quad (10)$$

Natężenie prądu termoemisji opisuje wzór Richardsona-Dushmana [4]:

$$I_e = A(1 - \bar{r})T^2 S \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right), \quad (11a)$$

gdzie

$$A = \frac{4\pi emk^2}{h^3} = 120 * 10^4 \frac{A}{m^2 K^2};$$

\bar{r} — średni współczynnik odbicia elektronów przekraczających barierę potencjału na powierzchni metalu; φ — praca wyjścia elektronu dla metalu, z którego wykonana jest katoda; S — powierzchnia katody.

Wartość współczynnika odbicia dla rzeczywistej bariery potencjału pomiędzy metalem i próżnią można określić tylko drogą numeryczną. Obliczenia wykazują, że współczynnik odbicia na granicy wspomnianych ośrodków przyjmuje wartość bliską zeru [4]. Popełniany błąd będzie niewielki, jeśli

$$I_e = AT^2 S \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right). \quad (11b)$$

Aby określić wpływ zmian mocy na wartość prądu emisji elektronowej, rozwijamy w szereg Taylora, w otoczeniu T_1 , wzór (11b)

$$\begin{aligned} I_e(T) &= I_e(T_1) + \left(\frac{dI_e}{dT}\right)_{T=T_1} \Delta T = \\ &= AT_1^2 S \exp\left(\frac{-\varphi}{kT_1}\right) + AS \left(2T_1 + \frac{\varphi}{k}\right) \exp\left(\frac{-\varphi}{kT_1}\right) \Delta T = \\ &= I_e(T_1) + \left(\frac{2}{T_1} + \frac{\varphi}{kT_1^2}\right) I_e(T_1) \Delta T \end{aligned} \quad (12)$$

i w odpowiedni sposób podstawiamy do równania (10)

$$\frac{mc}{4k_r LDT_1^3} \frac{d\Delta I_e}{dt} + \Delta I_e = \frac{\left(\frac{2}{T_1} + \frac{\varphi}{kT_1^2}\right) I_e(T_1)}{4k_r LDT_1^3} \Delta P. \quad (13)$$

Dla podanych wymiarów katody a , b , D jej obwód wynosi

$$L = 2(a + b) \quad (14)$$

oraz $a \gg b$ (dla cienkiej taśmy)

$$L = 2a. \quad (15)$$

Równanie (13) przyjmie wobec tego następującą postać:

$$\frac{b\rho c}{8k_r T_1^3} \frac{d\Delta I_e}{dt} + \Delta I_e = \frac{\left(\frac{2}{T_1} + \frac{\varphi}{kT_1^2}\right) I_e(T_1)}{8k_r aDT_1^3} \Delta P, \quad (16)$$

gdzie ρ jest gęstością materiału, z którego wykonana jest katoda.

Aby otrzymać zależność operatorową prądu termoemisji od mocy dostarczanej do katody, należy dokonać przekształcenia Laplace'a [5] równania (16)

$$s\tau \Delta I_e + \Delta I_e = \frac{\left(\frac{2}{T_1} + \frac{\varphi}{kT_1^2}\right) I_e(T_1)}{8k_r aDT_1^3} \Delta P, \quad (17)$$

gdzie: s — zmienna zespolona; a

$$\tau = \frac{b\rho c}{8k_r T_1^3}. \quad (18)$$

Interesującą nas zależność operatorową możemy wobec tego przedstawić następująco:

$$H(s) = \frac{\Delta I_e(s)}{\Delta P(s)}. \quad (19)$$

Na uwagę zasługuje to, że w taki sposób zdefiniowana wielkość nie wymaga żadnych założeń dotyczących sposobu dostarczania katodzie energii i dzięki temu może opisywać generację prądu termoemisji za pomocą np. energii: elektrycznej, optycznej, strumienia elektronów itd.

Przekształcając równanie (16) i stosując powtórnie wzór Richardsona-Dushmana, otrzymujemy:

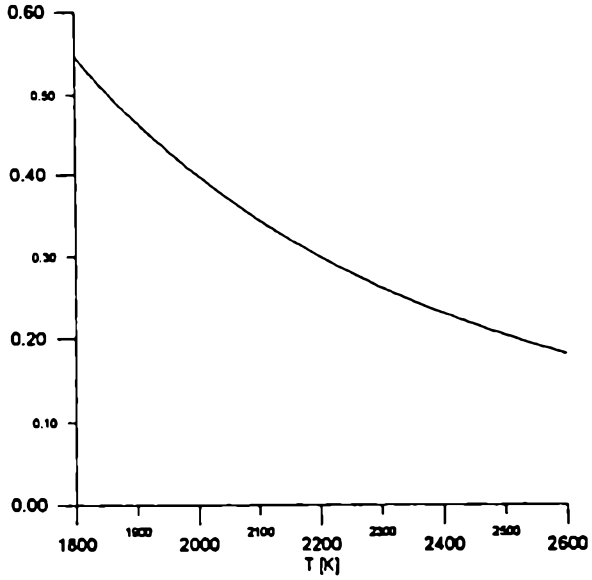
$$H|s| = \left(\frac{2}{T_1} + \frac{\varphi}{kT_1^2}\right) \frac{AS}{8k_r aDT_1} \exp\left(-\frac{\varphi}{kT_1}\right) \frac{1}{s\tau + 1} = H_0 \frac{1}{s\tau + 1}, \quad (20)$$

gdzie:

$$H_0 = \left(\frac{2}{T_1} + \frac{\varphi}{kT_1^2}\right) \frac{AS}{8k_r aDT_1} \exp\left(-\frac{\varphi}{kT_1}\right). \quad (21)$$

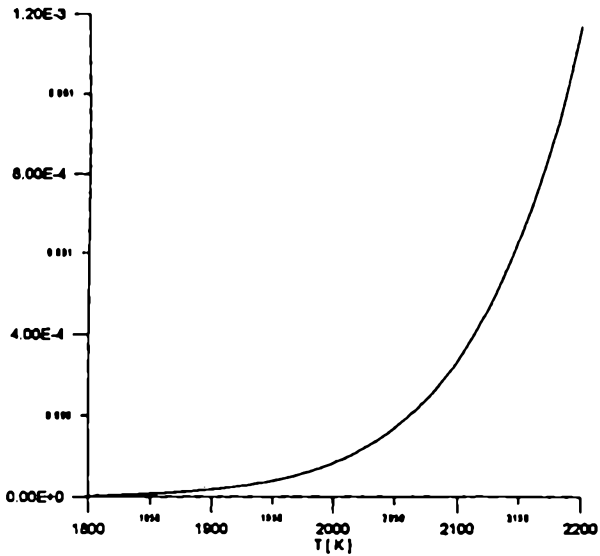
3. WYNIKI I WNIOSKI

Równanie (20) stanowi postać funkcji $H(s)$ przekształcającej, w reprezentacji spektralnej, fluktuacje mocy zasilania katody $\Delta P(s)$ w odpowiadające im fluktuacje natężenia prądu termoemisji ΔI_e . Na rycinach 1 i 2



Ryc. 1. Zależność stałej czasowej od temperatury w typowym zakresie pracy źródła elektronów

Plot of time constant versus temperature for a typical range



Ryc. 2. Zależność współczynnika H_0 transmitancji prądowo-mocowej od temperatury

Plot of transmittance coefficient H_0 as a function of temperature

przedstawione zostały zależności stałej czasowej τ oraz współczynnika H_0 od temperatury. Do obliczeń przyjęto katodę w postaci taśmy renowej o wymiarach: $a = 0,002$ m; $b = 0,00005$ m; $l = 0,02$ m. Odpowiednie dane dla renu (Re) niezbędne do obliczeń przyjęto za publikacją [6]: praca wyjścia — 5,0 eV; gęstość — 21000 kg/m³; ciepło właściwe — 138 JK⁻¹ kg⁻¹; $k_r = 0,1 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/m² K⁴.

Wartość stałej czasowej maleje w funkcji temperatury, natomiast transmitancja prądowo-mocowa H_0 rośnie wykładniczo. Wzrost temperatury odpowiada wzrostowi natężenia prądu termoemisji. Wynika z tego, że różnym natężeniom prądu termoemisji, w analizowanym tu modelu, odpowiada ta sama funkcja przenoszenia (transmitancja) przy odpowiednich parametrach τ i H_0 .

Aby zbadać zależność transmitancji H od częstotliwości, przyjmujemy, że $s = j\omega$ i wyznaczamy moduł oraz argument transmitancji [7]:

$$\left| H(j\omega) \right| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}},$$

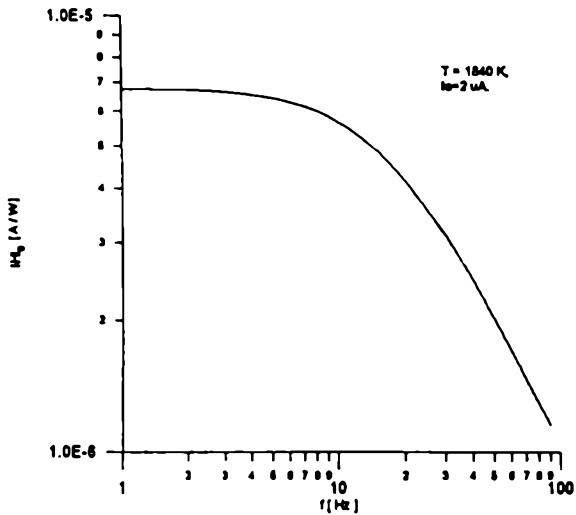
$$\arg H(j\omega) = \arctg | -\omega \tau |.$$

Charakterystyki częstotliwościowe przedstawione są na rycinach 3 i 4.

Teoretycznie natężenie wiązki elektronowej powinno być uzależnione tylko od temperatury katody. Jednakże ulega ono fluktuacji ze względu na zjawiska, które występują w spektrometrze mas. W następnym artykule z tego cyklu omówione zostaną źródła fluktuacji natężenia wiązki elektronowej generowanej termicznie w spektrometrze mas oraz model szumowy źródła elektronów.

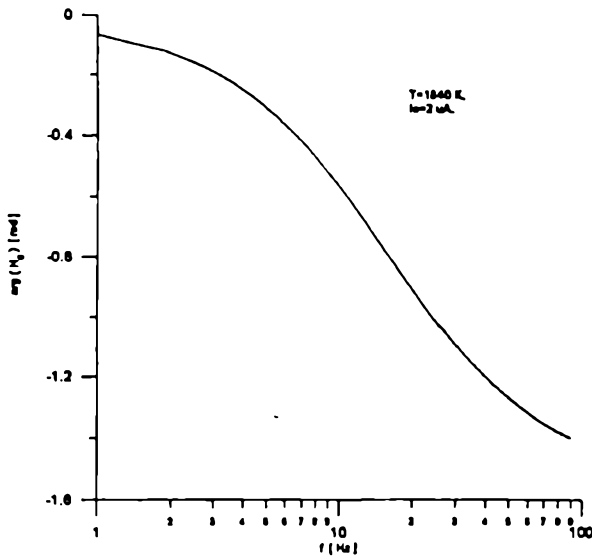
LITERATURA

- [1] Adamczyk B., [w:] *Spektrometria mas i elektromagnetyczna separacja izotopów* (red. W. Żuk), Warszawa 1980.
- [2] Hałas S., Sikora J., *Electron emission stabiliser with double negative feedback loop*, *Meas. Sci. Technol.*, 1 (1990) 980–982.
- [3] Hałas S., Krolopp W., Sikora J., *Regulowany stabilizator prądu termoemisji elektronowej*, *Zgłoszenie patentowe nr P-305528*, Lublin 1995.
- [4] Ciszewski A., Kiejna A., *Praca wyjścia metali*, Wrocław 1986.
- [5] Osiowski S., *Zarys rachunku operatorowego. Teoria i zastosowania w elektrotechnice*, Warszawa 1981.
- [6] *Metals and materials for research and industry, Catalogue*, (eds. Goodfellow), Cambridge 1993.
- [7] Golde W., Śliwa L., *Wzmacniacze operacyjne i ich zastosowania, I, Podstawy teoretyczne*, Warszawa 1982.



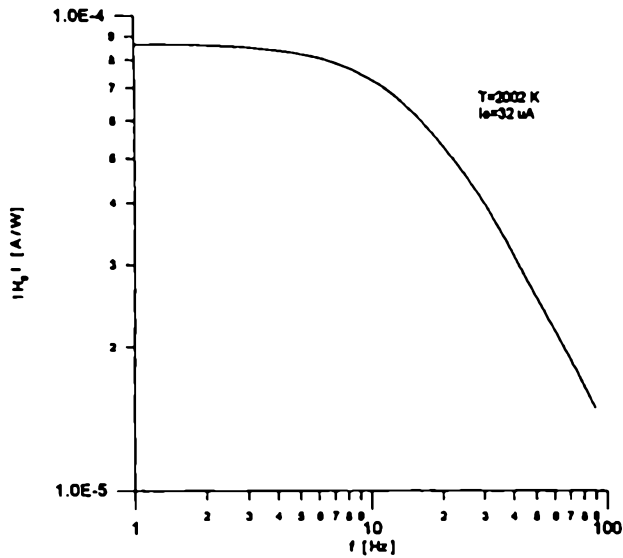
Ryc. 3. Zależność modułu transmitancji prądowo-mocowej źródła elektronów w funkcji częstotliwości składowej zmiennej dostarczonej mocy; temperatura katody $T = 1840$ K (częstotliwościowa charakterystyka amplitudowa)

Plot of transmittance coefficient H_0 versus frequency of time-variable compound of power supplied to the filament operated at temperature $T = 1840$ K

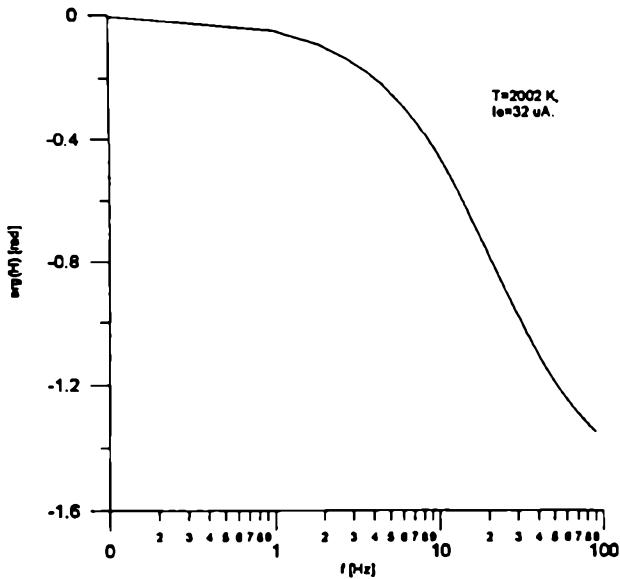


Ryc. 4. Zależność argumentu transmitancji prądowo-mocowej źródła elektronów w funkcji częstotliwości składowej zmiennej dostarczonej mocy; temperatura katody $T = 1840$ K (częstotliwościowa charakterystyka fazowa)

The phase shift between a variable compound of the power supplied to the filament and its temperature for filament temperature $T = 1840$ K



Ryc. 5. Zależność modułu transmitancji prądowo-mocowej źródła elektronów w funkcji częstotliwości składowej zmiennej dostarczanej mocy; temperatura katody $T = 2002$ K
The same as in Fig. 3 but for the filament temperature $T = 2002$ K



Ryc. 6. Zależność argumentu transmitancji prądowo-mocowej źródła elektronów w funkcji częstotliwości składowej zmiennej dostarczanej mocy; temperatura katody $T = 2002$ K
The same as in Fig. 4 but for the filament temperature $T = 2002$ K

SUMMARY

In this paper a simplified dynamic model of the thermal electron source is considered. A transfer function $H(s)$ describing fluctuations of the electron emission current ΔI_e as a function of the fluctuations ΔP of the power supplying a cathode of the source was found. The transfer function depends on the temperature of the cathode and the frequency of variable component of the power.